

**NUOVO TRATTATO
SULLA VERA
RETTIFICAZIONE
DEL CIRCOLO
MISURATO...**

Gaetano Marchetti Tomassi





Nato nel mezzo di una Nazione forte, potente, coltissima fui fin dagli anni miei giovanili animato da vivo ardore di poter giovare ad altri con qualche produzione d'ingegno. Conobbi che vi voleva, ed ozio, e studio, due cose, che lungo tempo non puoi collegare insieme. Quando improvvisamente inondate da gente d'oltremonte queste belle contrade, l'Adriatica parte, e il mar circonda, e l'Alpe, ed opprime la nostra libertà, le nostre leggi, le nostre costumanze, dovetti mio malgrado raccomandare alla solitudine la mia vita. Fu allora, che segregato da ogni tumulto, e vivendo come a me solo, impresi a meditare, e stabilire la mia

esatta del circolo, e la navigazione sull'acqua
 soggetto nuovo, difficile, glorioso, utilissimo.
 Sottrassero lunghe vigilie i miei occhi, e non
 cessai dal travaglio, finchè non venni ad ot-
 tenere l'intento. Se mi ricampi di gioia l'estro
 fortunato di tal lavoro, altrettanto mi agome-
 rò doverlo produrre a fronte d'infiniti sforzi so-
 statuti in vano da uomini di valor sommo nelle
 Matematiche Scienze. Conosco la mia tenuità
 rispetto all'eccellenza dei Letterati, e temo
 per me quel che lasciò scritto Salomone, Sapientia
 pauperis contempta est, et verba ejus non sunt
 audita (Ec. 9. 16.); per evitarne il disprezzo, la
 malignità, e gl'insulti all'alta-protezione della
 Maestà Vostra io ricorro, come a quella del
 più potente de' Mecenati. Voi vedete in mezzo
 di un Regno, che ama la letteratura, ed i let-
 terati. Voi governate popoli innumerabili, che
 fioriscono nelle arti, e nelle manifatture. Voi
 vedete, come l'Idraulica con le acque del Bo-
 ristene, della Flota, del Volga, del Tura
 ha aiutato, e potuto riunire nel centro di cote-
 ste contrade il mar Caspio, il mar Nero, ed il
 Baltico: opere maravigliose del Czar Pietro, di
 cui ereditate il genio, e le cognizioni. Che se
 quegli acquedotti co' studi di pace il nome di
 Grande, Voi avete un egual diritto alla mede-
 sima gloria colle vostre militari imprese. Non
 a guari precedevate innumerabili eserciti per
 donar pace all'Europa, e con la vittoria l'or-
 dine delle cose si vide restituirsi; Provincie
 incendiate, e confuse ritornarono all'obbedien-

za degli *avvichi* Padroni, Principi civili, ed *oppressi* risalirono sul trono de' loro maggiori, ed il Gran Pontefice Pio VII esempio di eroica costanza, di magnanimità, di pazienza fu finalmente tolto agli insulti, ed alle umilianti catene, e reso all' Apostolica sua Sede tra gli applausi degli onesti suoi sudditi. Dopo cotante eroiche, e grandi imprese, deposta la spada vi riposate finalmente all' ombra de' vostri allii, e se stendete ancora i vostri eserciti dall' Asia all' Europa, egli è per difendere l'ordine stabilito, mantenere la pace tra popoli, e togliere ogni speranza ai *reclutati*. Ora nell' offrire che io fo al genio sublime della M. V. questa Operetta, è mia intenzione di presentare un lavoro utile ai vostri Ingegneri, alla marina, alle manifatture, alle scienze. Che se verrà bene spero benignamente accolto, sarà questo per me il successo più fortunato della mia vita, e anderò contento, non della mia, ma della gloria, che ne risulterà grandissima all' Italia, e con profondo ossequio inchinato a' piedi della Maestà Vostra, prego il Signore Iddio, che largamente sempre la felicità, e conservi, e prendo l' onore di dichiararmi

Di V. Maestà

Il Reale Collegio Reale di Scienze e Lettere
GASTANO MARCHETTI TORINO.

LETTERA DELL' AUTORE

*Alli Signori Ammiragli, Ingegneri, e Generali
della Nazione Britannica*

Quando per divina disposizione, e per effetto del vostro, ed altro coraggio ricevè il mio Sereno, e sereno Padre al suo Trono; in darsi all' III VV. questa mia con il nome del Cavalier Font, laureato e Ricco della Università di Cambridge, Confederata, Florda e Voi per reciproco effetto, per quale inclinazione agli studi, per enciclopedia di manilistore, per senso alle belle arti, che sapete conoscere, presentate, e disporre, furono in un bel forte nuovo, che le sue distanze fatiche di molti, e molti anni alla Istituto Nazionale Britannico disposti. Figli di quell' immortale Filosofo Isacco Newton, la vostra patria nelle Scienze, e nelle arti, chiamava sempre del Continente tuttora, che può esser diretto in progress della Relativa, della Natura, della Trigonometria, della Astronomia, e delle Matematiche tutte. Come un figlio primo nato, e crescere con la libertà dei suoi talenti: la fortuna possiede di questo clima un numero infinito d' invenzioni produsse, che dai vicini spesso rapite, scorgè l'Italia e vendevano il privato, e la gloria. Alle cattedre de' suoi con suoi maestri Ella in ogni età, in ogni luogo, uomini, ingegneri, e la serie delle scoperte, la serie delle arti e delle invenzioni, questi beniamini figli nel seno della lor madre trascurano. Tu chiama in testimonio Parmenide, Democrito, Zenone, Manico, Mafeo, Timoteo, e Voi tutti, che delusate opere, ritrovate, uomini egregio d' altri, Seppur una corona di gloria già sulle lor tempie, e non la ridate, un monumento di nome indelebile, che lavorano le loro menti, i poteri dell' immaginazione. Con il fuoco dell' emulazione si corrono, e i laureatissimi alla cattedra di quelle dottrine loro eloquenti brillano.

L' ingegno, la passione, il coraggio guidava le arti Venerande alle più remote parti dell' Asia, e dell' Africa, quando nel 1430 il Doge Andrea Mocenigo ordinò, che si compo-

lavori a vantaggio delle scuole, tutte le espressioni, che si possedevano nella Trigonometria, e le tangenti, standosi dal segno divise in decimali, e sottratte alle tangenti. Teodosio, che non dopo Giovanni Mallus di Konstanga, detto Pergamense, da studente in Padova passò Lettore, e le Derivate, che aveva alla scuola apprese, gli Osservazioni vedevano, che insisteva. Il P. Luca Bressano nel 1690 pubblicò la maniera di navigare in aria con quattro globi uniti ad una larve. La povertà del Cavallo non gli permise di porre in pratica il suo progetto, e lo perdeva del Libero Italiano con le simulazioni di assistere agli aerei sopra la propria vita. Tre anni erano, e più anni che nel 1783 il Signor di Montpelier si diede per scoprirne di Giulio Aernouti. Parigi vide uomini andare in aria, e quasi senza loro piacere tornare a terra. Il Cavallo Mont ha ben pensato la sua modesta opera, quanto siano fatti i francesi ad abbellire della penna altrui.

La Medicina, e la Chirurgia ha le sue macchine, ed i suoi ajuti inventati, dall'Acqueductante, e del Lapi, anche quest'arte stava ripiena con altri esperimenti da M. Petit, e del Signor Daron, Gualard, André per testimonianza di Francesco Xavier medico di Montpelier (Tom. V. pag. 203.) Nel 1780 pubblicò la stessa in Aarau il disprezzo, la costruzione, ed il modo di navigare nell'acqua, gli dà un esperimento nel fine del 1783 in Venezia, e Berna. Non trascurare un aere, che a Roma si espose questa scoperta sotto altro nome. Ma credo in donna di sapere chiamar il Polidoro della verità, e se la Cometa di Venezia, e Solario vide il mio nome, sappia ancora, che io sono stato di esperienza anche agito nell'acqua con la polvera da cannone. Il Sig. Fontana mi consigliava, estrasse ch'ebbe del Gordo l'Indaco, magnificò il suo, quanto bello, altrettanto economico metodo. Un Francese non solo ti sorregge la scoperta, ma elia la dimostrazione di tutte le parole mediche dal vero inventore. Questo Signor, la cognizione del quale non può mancare all'Indaco, seppa bene adoperare la penna; ammi l'impegno, ed il Pubblico gode di vedere questi fatti pubblicati con le stampa. L'Arte militare dopo Giulio Cesare sembrava dell'Italia sparsa, e che aveva a quella si fosse applicata. Questi sforzi si consolidavano ogni giorno, ed ogni giorno si accendeva il nostro ardore per parte degli Stranieri, che pubblicavano i loro libri su questo genere di study. Non è mancato

perchè chi iscriverà le azioni egregie dei Comendanti, il Milite Italiano, o giurati nel Breve di un anno. Il Galeone, il Montanaro, il Provveduto, il Corrente, la Spiccia, si fanno prendere a tutti gli altri; questa opera si scrive con somma eleganza, e chiarezza, si vide impressa in Venezia l'anno 1742. Il Sig. Luigi Maria Rossetti pubblicò nel 1800. il suo Trattato Storico Algebrico su i Bastioni, in cui ha una vera e singolare storia il catalogo degli Scrittori Italiani sulla Fortificazione Permanente.

I autori spera da questo Trattato per l'onore dell'Italia, non si limitano a questa prima sua fatica, perchè l'architettura Egli nel Breve Diritto sono, senza dall'oggi le opere del Capitano Francesco de Marchi Bologna, naturalmente le delinea, e ne dà le sue regole. Elenso Romano. L'Europa tutta grande alle Illustrazioni delle opere di Marchi ha, un'opera, che questa cosa illustrata dalle altre. Marchi, e questa parte sono l'Architettura militare sono quasi tutto sono del de Marchi. Elenso provata che a questa storia tempi di fine acquisto, e di sopprimere questi monumenti il più di quasi sono, solo conosciuti i pregi di Venezia, e di altri leggendari Tracetti. La gloria di mostrare le proprie imprese, una sola è un diritto, che ciascuno ha, ma parlare con nobiltà nel Paese, e nelle altre Nazioni, che si deve sempre insegnare. La gloria nella Storia, nell'Architettura, e nella Cosmografia, evolvono un Colosso di Marfrazza alla scoperta del nuovo Mondo. Questi sono tutti questa grande Italiana fra storia e tutti i dati del Breve XV, che nessuno di adatti alle sue prove, considerandole una meravigliosa, non ridotti. Ad una di quei sono ingegni, e ammirando, nel stile delle istituzioni, che si vedono nella Dada, tutto Egli affronta: piace all'Anillo, e per lui cinque volte spiritosamente anche in Europa. Incedono le altre Nazioni alla scoperta del nuovo Mondo, ed ammirando la loro meraviglia a cercare, perenne dietro la guida del Colosso rivale in il suo Continente, lo testimonio, ma costituendo, nel punto cinque anni, conosciuta l'Italia che non doveva arrivarci a questa impresa. Forzando ad altre di grand'ingegno, trascurando il Veneziano Colosso, che più il Re si ingigliscono con più l'Italia di Terra nuova, dalla spinta dell'Arca, marcia il Veneziano, ed non può più che in quelle storie costruite, che tutti avrebbero il dovere, e la felicità a tutti i Principi dell'

Europa, la scienza, e li sommi ad ogni individuo. Epoca fortunata della nostra Storia, che alla scienza corrispondeva di tanti i Sovrani. Affidò però la Francia al Fiorentino Giovanni Vannucci, ed esso si condusse per il primo nel Canada. Carlo Augusto Rea Vannucci guidò gli Spagnuoli nel Labrador. Li nostri Maggiori govern della gloria donata a questa nostra Lettera, desiderando, che la successione de' Sovra la desiderasse, come già sembrava dimostrarsi l'avanzamento della Società fatta nel 1800 da Giovanni Geyo Napoletano, scolarono in quelle nuove regioni, ed acquistarono a tutta il mondo, ed a tutti i paesi il nome dell'Italiana America. Questa ricchezza di ajuti ha sempre rianimata, e mantiene la stessa, e l'onore della Nazione. La letteratura vive, ma non vive tra noi segreta, come tra gli antichi Egizii, o tra i recenti Chinesi. La propria ingenuità si trasmetteva, e si palmaro volentieri, perchè i talenti Italiani non sono ricorati ad un solo ramo di cognizioni. Non potendo l'Italia negli studj, e nelle arti un grado eminente, ma non vuole essere inferiore alle altre Nazioni. Quelle scuole maggiori però ricevono esse dalla grande letteratura, che quasi fossero ricorsi i maestri delle sue scienze, e vira d'una si condiscipolano i giovani nell' Italia. Finanzi per apprendere le Matematiche, e pure nel mezzo degli affanni, e tra le catene qui si opprimono, e due produzioni dell'infinitamente Italiano non si premono, che spara di buon'animo accogliere. Se avessi potuto prevalere, e collare caro a bordo della vostra recente spedizione al Congo questa opuscolo, non piangendo la perdita de' tanti Letterati, e non merche ancora l'istaurazione dell'Africa inseguito al vostro coraggio. Vista al varco della Società, allo splendore della vostra Patria, all'ombra de' vostri allori immortali, alla sommità de' vostri amari, tra i quali permettete, che possa essere ciò si conferma con tutte il rispetto

Delle Eccellenze Vostre

Rieti 21. Marzo 1817.

DELLA. ALFON. SERVIRE .
GUSTAVO MARCHESE TULLIO .

PREFAZIONE

SE tra le Scienze una del primi anni ha ricevuto sempre la Geometria, non è una pianta all'ultima epoca della perfezione nel primo suo nascer. Hanno le lettere, le arti, le loro istruglie le loro malattie, il decadimento, il loro rigore, e sono impiegate alle vicende comuni dell'Uomo. Sarà a voi di utile, a me di profitto, se dedicando le 12 brevi parole in Storia della Geometria, vi condurrò benedici a leggere senza prevenzione questo nuovo Trattato, e ritiratosi nelle conforti di alcuni Filanci, voi conchiuderete l'arricchimento delle Matematiche, e delle Scienze, e non la distruzione della Scuola.

L'Egitto, i Chinesi, l'Asia, il Sudero il primo libro delle Geometrie; tutti la Grecia volle ancora la Matema. Dei suoi libri per un punto sempre una nuova forma; l'astronomia de' suoi imperi sopra arricchirla di varie proposizioni, e Teoremi, e dilettando a diversi un Taleo Milone sempre, e nel tempo, e nel punto IX. proposizioni, riprende da Eudide. Aristotele, che inevitabile vuole Geografia, stracci l'obbiezione nella Zodiaca. Aristotele continuamente intraprendere il Cielo, e lo chiama, e una patria, e perché però liberamente agli Apolloni nella materialità de' Pianeti, e del Sole, da loro adorno, dovete offrire la prigione, e nella prigione compie un liberale la storia del mondo. Se Pappago, il primo che inventasse, e portasse il nome di Filosofo, ebbe i suoi natali nella Grecia; in Italia egli fece la sua scuola, e l'Italia si comprese, e si gloriò, che la Geometria gli venne insegnata, e con loro da questo grand'Uomo, che a piante rigine chiama una esultazione. La costruzione, e il loro punto, che aveva Pappago per questa scienza che loro intendere avere tale idea il metodo con cui l'insegnava, prese a darla questa forma, e alla forma aggiunse qualche ritocco, e su a cinque corpi regolari, e agli cerchi, e nel tempo stesso, in cui dimostrò, che il quadrato dell'ipotenusa è eguale a quello dei due cateti. Questa ragione aveva e gli dimostrò bene, questa geometria con gli altri per questa scoperta, si può ricevere dell'uso congegnato, e degli stili che, e la Fisica, e la Geometria spesso unisce, ora si meditate ritrovate se sia la la-

se, e l'appoggio. Le quantità incommensurabili, il calcolo dell'area, e delle tangenti, se rendono una chiara prova. Per non nominar le scuole di Pitagora, che in Italia un numero prodigioso di seguaci, Quasi scoperta, e quasi propriamente inventata nell'Geometria dopo la morte del loro Maestro accademico Socrate, sono prima dell'era Cristiana, non io, se bene che anche le donne volentieri apprendano la Filosofia, ed hanno dato i maggiori al Menagio di arrivare la sede della Divina Sapienza. Pitagora aveva soprattutto in Italia per apprendere dai Pitagorici, e vedeva l'edemio pronunziato dall'Oracolo agli Ateniesi. Reati de' Minori, che intendano, svilupparsi, e ricercare le cause della causa, scoprono dell'incerto, e dell'ignoto, sono renduti impressionabili. Gli uomini debbono cercare il Minori della Divinità, e della Religione, e non credere misero quella che spiegare potrebbe i variazioni della ragione in se stessa, e di un util risultato. Così facilmente ripetere nell'Esclamazione avere l'Idolo lasciato il mondo alla disputa degli uomini, perchè della riflessione, e della verità venissero in cognizione di ciò, che a prima vista non si conosce; Questo fu il loro in tempo suo, ed Aristotele avrebbe disputazioni circa (Aristotele 3. 12.) Questo è confermato dalle scoperte nella Storia da tutti i tempi. Difficile, certamente, che se non si può, ed che se si può, non si può, non si può. Quando entro in tutto non può investigare (Sop. 9. 15.) Arrivava una Pace in Italia, che la Città di Atene, e come anche accademica in tutti i ricominciare la storia a farlo per consultare l'Oracolo di Apollo, ripose quasi, che dipendeva la sua non cubica avrebbe conosciuta la Pace; ma, e per gli altri, che, per la soluzione di un tal problema, Greco intitolando i primi filosofi, ma era ricercata la gloria di risolverlo a Platone, il quale come dagli altri più superiore, comunque perfettamente all'incanto dell'Oracolo, se pure questa non aveva parlato, come aspettava per un appuntamento. Dopo di lui, Aristotele con la concezione, Dato era la causa, l'ipotesi di loro risolvevano il medesimo problema. Erano dunque le scuole di Platone, e Aristotele le diretti / l'ipotesi di Socrate, le parole quadrate; e Platone come chiamare la Sapienza, e così di giorno in giorno la Geometria, nella Grecia allora non era veramente, ed era ancora di avere un'opera, che Pappo Alessandrino volle raccogliere in VII libri. In Italia, se poi dopo le opere di Aristotele, soffrendo nel

velocitarsi di vedersi superata dai Greci fece mostra del suo talento, ed Archita in Sicilia applicò la Geometria alla pratica, ed alla Mecanica. Alle diverse dimensioni, e curve della terra ch'ei trovò, egli l'arricchimento di una colonna artificiale, che superava il volo degli uccelli. Questo, ed altre simili prove già edificate confermano, che la Geometria a poco a poco si è diffusa, e che è capace di sbarbari arvanimenti, quando sia da valenti, e profondi ingegni coltivata, e portata.

Erasmio, Autismo, Ippocrate Sono in Grecia arrivati lentamente tenista la quadratura del circolo. Dimostrato compose una quadratura, ed in ultimo anch' egli domanda quello, che pretendeva mostrare le principio, e sia la difficoltà del raggio della periferia. La Grecia, che fin qui aveva avuto il primo posto nella scienza, e nelle belle arti, non può sollevarsi alla soluzione di questo gran problema? volente per altra parte, in lei ogni parte di valore guerriero, l'Italia, che di ora impedivasi delle sue province, talis a se ne fanno le comunità, ed il posto. Torquiere allora i fondi suoi regni, e lo seguente governamenti si sfaravano di riprendere alla meglio che potessero il resto, mentre l'autorità dei tempi rimase immutata in quei repubblici. Trovato così avanti l'Era Giordano nacque in Sicilia Archimede, uomo di mente, ed elevato ingegno in cui sembrava che la Natura avesse voluto raccogliere la forza dei potenti Geometri, onde farne lo splendore della Filosofia Italiana. La venerenza con cui volgevano alla contemplazione delle più sante verità Geometriche, lo attornia a segno da esser, che nappero vide il colpo con cui un soldato Romano l'uccise, mentre disegnava, e meditava un circolo. Quante sue invenzioni Mecaniche nascevano gli sciti, portavano delle quali non a noi pervennero. Sono esse la girante mobile, la moltiplicazione delle carrucole, la vite proporzionale, la ruota per sollevare i campi, la sfera, che misura i mesi colata, la macchina per notare le scintille delle cavi, gli specchi Utery. Alla pratica era le osservazioni sulle comete, e le sfondi, l'invenzione dell'Algebra per maggior spedienza delle operazioni Matematiche, e finalmente la via oggetto delle sue compiacenze la scoperta della proporzione tra la sfera, ed il cilindro, che volle incidere nel suo sepolcro.

Non poteva sfuggire dalla mente di un uomo così sottile la quadratura del Circolo, e della Parabola, avrebbe egli il vantaggio di questa scoperta, la felicità, e spedienza, che

un secolo dedicato alla Matematica, e per questo vi si applicò con sommo impegno.

L'unico, e la condola delle dimostrazioni ripeté quelle, che avevano dato, e inutilmente disputate gli scienziati, ma non displicé le tentare, e con utilità al desiderio suo, e dei posteri. Costrusse due Poligoni regolari de 96 lati uno iscritto, e l'altro circoscritto al circolo. Finì il Diametro di 400 parti, trovò la circonferenza del circolo, maggiore di 1256, e minore di 1260.

O aveva questa sua fatica stata inutile di quanto grande nome, e fosse il poco studio che si faceva in Roma delle Matematiche, di cui doveasi a' suoi tempi Giustiniano, e la desiderata succorrenza delle lettere, naturalmente e quelle della Repubblica, l'istria non diede alla Filosofia, che vorrà, i quali richiedeva le vie degli scienziati, si spaventò sempre meno nel loro Giusto, senza muoversi a cercare nuove scoperte, e a dilatare il Regno Geometrico. Indi succedette l'avvilimento dell'oro, che tutto ricade all'Alchimia. Quando più i loro laboratorj inutilmente profondavano questo pernicioso marasma, tanto più si spaventavano tutte viali alla scoperta, ed al guadagno. Benché fosse questo un'aranea di calcolo, pure continuò di meditare con quelle misteriose parole *Ave Augo, via brevis*. E l'avidità dell'oro, e l'amore più comode a' suoi impedimenti, che apriva l'occhio al frapponer per giungere alla cognizione delle verità, e alla scoperta di quei tesori, che sono propri del solo intelletto. Se la Geometria dev'è nella Geografia, farono anche quei valenti uomini disprezzanti al nome della ricchezza, e la loro condotta con una arde apparenza tutta di profitto, di giustizia, e di una morale. Anticagere, benché richiedesse, poi desiderio sommo di apprendere le scienze dai più valenti maestri, si pose in viaggio; tornato alla Patria, trovò le sue possessioni rovinate, e incolte. In vece di restringersi nel suo contento, se non perdere questo, non erri acquistata con le capitali una nuova via. Crise Filoteo Tobasco fidava le sue ricchezze in una pelle d'oro, e consegnandola ad un Banchiere gli disse: se i miei figli saranno felici, dalla tua porta, se saranno poveri, metti loro il valore, che qui depositi. Non è questa il mio arca, e se così fosse, bisognerebbe qui custodire Democrito, che diede alla Patria i suoi tesori, e si ritirò in un orto a contemplare le stelle, e pure tenne le vie di Giustiniano, che il giorno appresso

agli ebrei, si presentava la città il sostentamento con addegnando gli ebrei vicini alla città di Aione. O forse dunque l'intera città, o l'intera città, o le mura della città, la Tibonda, e la Giocostria per molti secoli viene nell'ancora, e nell'alto.

Una mura di un tempio tibondino il fare con come a questa gran molla, questa meraviglia degli anni, e nell'anno tempo il fare scintillare da tutto le parti suoi tempio, che continuamente muraendosi l'una all'altra portavano la Mura mura ad un punto di elevazione, che non avevano niente gli altri. Prodotto con tale scena l'effetto, questa molla ripiena già da molto tempo, questi con prodigiosi sforzi, quando si troò il mare. Narque il Galileo l'anno 1591 in Toscana, e fu il primo a notare, non il Padre della scuola Tibonda; anzi la Tibonda nel 1591, diede alla luce il suo Galileo, nel vero momento l'Italia, la Francia, l'Inghilterra, la Germania, la Spagna, la Roma presentava all'Europa altri, ed altri Tibondi, che guerguando nel tempo scoperta, e nell'istesso tempo, appena scintillare, riformare, ed accrescere l'antica Mura mura.

Narque, l'Inghilterra, l'Ugola, i Bernardi, gli Eberi, e gli altri mura mura, che hanno l'aria, e l'aria, la vera del quale sarebbe troppo lunga a mura mura, mura la Tibonda, e se non fosse per questo gli mura mura.

L'invenzione del calcolo differenziale, ed integrale compenso il danno proveniente dall'impossibilità di trovare l'angolo stesso del circolo; ma nell'istesso tempo mura mura i calcoli complessi dell'alto, e lungo. Invenzione Tibondina mura mura quadrato, ma il suo angolo diventava mura mura Galileo. Lodovico Galileo, Giovanni Pol, e più di tutti il Sig. Leonardo si spazza con più precisione di di di di elevazione, ma le ragioni trovate tra il diametro, e la periferia, il centro come mura mura, ed integrabile per gran mura, che le mura mura. I Geometri dunque non sempre mura mura mura del rapporto trovato da Adriano Meto di 113: 355. Il P. Gregorio di S. Vincenzo della Compagnia di Gesù fece un trattato de quadratura circuli, et Hyperbolae. Filippo Cornegioli stampò un libro sulla quadratura del cercolo, e dopo avere espone una quantità di figure, si trova in fine nell'atto a mura mura di tutti gli altri, mura per distinguere con qualche mura mura, dire come il diametro alla periferia come 355: 1130, o sia mura della ragione, che troò desiderata. Vol-

le strumenti più oltre né giunse studente nell'Accademia di Parigi, il quale si pose a trovare la quadratura del cerchio col suo studio, e con tanta serietà di applicazione, che non trovare quella del cerchio, pose la quadratura del proprio cervello, e morì infelicamente all'ospedale dei pazzi. La meraviglia, che in me ispirò un sì famoso avvenimento, non si dissolse giammai da queste cose tentative, anzi nell'anima mia aveva impreso, e tanto stimolo di primargli nell'impresa. Avuto dall'età felice di due altre scoperte da una fama negli anni scorsi, e giudicate autorevolmente, e difficilmente, e anche impossibile, non ebbi di rimettere la mano all'opera. Soffrì chi legge, che attribuisce lo stesso quest'opera. La prima pubblicazione da me nel 1799. in disegno città d'India fu la maniera di navigare nel'acqua, di andare, e di agire in questo elemento repentinamente con un'istinto pieno di destrezza. La seconda fu di pulsare, con una Dissertazione ed un trattato di denti, la loro ragione, prima i denti succedono nel tela capillare, il che dimostra essere effetto della attività dell'aria, confermando le prove comuni, che essi derivano dall'arteria, come si supponeva, che il Sig. de l'Huon aveva già spiegato, e derivò. In un esatto, che con la scienza non dipendeva da una semplice supposizione, e che per aver padrone del corpo, basta rigorosamente dimostrare. Tutto evidentemente conclude con la composizione, e risoluzione delle forze, e con queste *functio Mathematica* per guide, sopra col massimo rigore l'arconte. La terza mia impresa con per ogni capo di una quasi impossibile difficoltà. Avea presentato gesu Newton, ed il Sig. Alambert, che la natura del circolo potere seguirvi esattamente nel diametro. Da questa prima parte mio lavoro, non si dedurre il secondo, o se il modo di affermare la sua vera, e giusta dimostrazione. Alcuni moderni Matematici di comune valore, o per questo, o per altro motivo si trincerano a dimostrare, che era impossibile di trovarlo (1). Ecco dunque Newton in errore; se chiegga un'uomo non mi sorprende, sorprendersi però sempre, che avendo la Matematica stabilita una proposizione, si possa asserire vera, e falsa a piacere. Questa scienza di allora, e l'impossibilità asserireb-

(1) Nel discorso dell'Opera si vedrà una questa proposizione, e vedrà quella del Newton, quando l'avea, e l'altra in prima essere stati determinati fuori.

Te soliti sa scrivere *d'impostura*. Nella *Scienza* le dimostrazioni nelle cose, procedono le dimostrazioni, verificando quelle altre con le altre, e in mezzo ancor queste del Filosofo per corrispondere sempre alla verità, e resistenza dell'offesa: Poi la Matematica dire la diversità non vera, ma sarà impossibile, che quella oggi vera, domani si trovi falsa. Nientemeno dunque a gloria del Filosofo, e degli Inglesi non ha sbagliato; se aveva di avere il calcolo, aveva solo accettato la misura nostra, che qui era presunta del circolo, avrebbe sufficientemente a confermare la verità della sua parola. Per ciò che nell'istesso, qualche facoltà non tollerò? quali vantaggi non feci? Si aveva spiegato le sole se un uomo comprese, senza conoscere la via, che al fine non condusse. Le prove, l'analisi, le dimostrazioni tre queste cose, si vedevano in alcune facoltà. Si sentiva, era tenuto molti, e molti non era mai abbastanza il coraggio, ed da loro dell'impegno di provare, che il diametro 3081227315315680 , da la periferia era 9738624568234472 . Poi in un circolo due archi, ed una quarta volta superiore dell'altro; la semiperiferia del primo, metà ed uguale seno con l'ordinata del secondo, da sempre l'ipotenusa eguale alla metà del primo arco (rettificato). Io di con una proporzione primitiva il modo di conoscere, o l'arco, o l'ordinata qualunque, ed in conseguenza il seno di ogni specie rettilinea. Termina questa prima parte la misura seneca delle superficie, e dei solidi storici. Perché all'istesso delle figure, si calcolò la facilità di appendere le dimostrazioni, ed lo feci sempre sicuro, che altri non si appropriasse questa mia scoperta, volli, e mi riserbi con sicurezza averlo.

Nella seconda parte raccontata la sezione, e le proprietà delle sezioni coniche, e senza il calcolo integrale, o differenziale, senza nemmeno il polinomio, le superficie, e le solidi prodotti con queste sezioni.

Per compimento dell'opera non ho voluto trascurare di restituire nella terza parte la Geometria, Geometria, Geometria, Logaritmi, con le altre opere, senza avere la metà dei logaritmi, o il calcolo infinitesimale, e sempre allentandomi per questo è stato possibile da ogni servizio. Sembrava utile, che adattati alla pratica l'aritmetica, e per questo nella quarta parte mi occupo ad insegnare il modo di navigare con l'acqua, di tenere a galla, di entrare, e uscire liberamente, quando la lingua si trova la fondo del mare, e dei fiumi,

di rimandare ipeditamente qualunque via apposta alla corrente; e di dissenso irreconciliabile nel senso delle anime e passioni del Nostriani, ed in nome l'Arcangelo. Ma la stima che si deve agli ottimi autori di Giacobbe, nè il capriccio di ripetersi di, che altri disprezzi, dovessero volentieri a pubblicare le memorie dimenticate, che in appoggio nel Lettore, nel più nome, ed economica diventa questa opera, sulla quale non posso fare a meno di ripetere con S. Gerolamo: *Quid sit laboris incomparabilis, quid tractamentum difficultatis, quodis desperaveritis, quodisq; exasperatis, et contritionis divinis rebus incomparabilis, ita ut contentis sum non qui potius sum, quam coram, qui magis delectant videri; et gratias ago Domino, quod de divinis scribis latenter habet: Proinde sapio (epist. 13. ad Rusticum.)*

Lettera scritta all' autore dal Generale Austriaco Froelich Tenente Maresciallo, Proprietario di un Reggimento d' Infanteria, e Comandante della Toscana, e Romagna, relativa alla navigazione sott' acqua.

Non porcodo della ristrettezza di V. S. rilevare appieno la costruzione della Borea da lei ideata, nè essendo pure possibile di riconvincersi dei reali vantaggi del meccanismo della medesima, sarebbe accetuario, che V. S. s' impegnasse di produrne una prova evidente col fatto, o recandosi lei medesimo a questa parte, o trasmettendo un' esempio in piccolo della macchina proposta, che presentasse nitidamente l' effetto dell' invenzione.

Frattanto le sono tenuto della pena, che V. S. si è data di risolvere a me la sua scoperta, che non esiterò di appoggiare, comprovati, che ne vengano gli utili reali. Restando quindi in attenzione di quanto sopra, sono con tutta considerazione.

Di V. S. Riba

Ancona li 13. Gennaio 1800.

Dot. Gert. FROELICH
Ten. Col. Coma.

Il medesimo rispose all' Autor e,

Affae di rilevare in modo più convincente i vantaggi della di lei invenzione si compiacce-

sà V. S. Reverendissima di recarsi in questa Città, ove si potranno più agevolmente prendere le misure per fare gli esperimenti necessari a comprovare la possibilità di effettuare il di lei progetto. Le concedo a tal fine un Passaporto, ed assicurandola di non essere per mia parte, qualora riesca felicemente la di lei idea, di far giungere a cognazione di S. M. il compimento di sì esatto ritrovato per ottenerle condegna remunerazione, ringrazio con vera considerazione
 Ancona 29. Gennaio 1800.

DELLA SUE. FROELICH

Partito il Froelich dalla Città di Ancona, e per alcune vicende politiche tornato a Vienna, l'Autore fu diretto al comando della Marina, da cui riportò il seguente

Attestato

Avendo ricercato il Sig. Gaetano Marchetti Tenente da questo comando di Marina un attestato sopra la commissione tenuta relativa al progetto dal prelodato Sig. Gaetano proposto di fare una Barca, o Bastimento, che sia la levato di far viaggi sull'acqua, non si ha potuto tralasciare di rifargli il presente, ed attestiamo, che il Sig. suddetto abbia dimostrato un grande talento in questa Commissione tenuta dalli S. Sig. Officiali di Marina, e dall' Architetto Navale Salvini, che il suo progetto di fare navì-

gare una Barca, e Bastimento sott' acqua con corpi viventi a Bordo della medesima sia veramente terribile. In fede di che co. Ancona 18. febbrajo 1800.

Loco & Sigilli

DE CONICH Maggior Comandante
CERGOTTI Primo Teseato
AGURTI Primo Fociero
SALVINI Architetto Navale
SCIELIN Pr. T.

All' 31. Luglio 1800. questa navigazione si fece esiguita a Roma, recentemente a Londra con 40. persone a Bordo, e nell' anno scorso fu messa in opera in Pietroburgo con universale soddisfazione.

Lettera scritta all' Autore del *Mezzo Sec. P. Raffaele da Roma ex-Provinciale; Lettore Amer. di Filosofia, e Teologia, Postulatore Generale de' Servi di Dio Minor Riformati ec. ec.*

Illustrissimo Signore

Mi rallegro meco stesso senza limiti, mi congratulo con lei senza fine, degnoissimo Sig. Gaetano Conte Marchetti Tomassi, Nobile Reatino, che finalmente sia toccata a lei la sorte felice di risolvere quel problema della vera quadratura del Circolo, per cui

Fig. andarono pel decoro di molti secoli gl' ingegni più elevati delle più copiose università del Mondo erudito.

Massa delle perpetue, e costanti di lei premure ad onra delle molte mie repulse, provenienti non già da genio mancante anche del minimo rispetto verso di una Nobile, e ben educata Persone, ma bensì dalla deficiente vicinanza delle verità Matematiche, dal contemplare le quali, ne sono stato disolto da lungo tempo dalla molteplicità d' altri miei affari, e doveri; dopo la confutazione di varj altri miei pensieri su tale oggetto, finalmente costretto dalle replicate sue premure, avendo contemplato questo suo ultimo, non trovo ragioni da opporsi, che anzi sono di parere che l'illa d'ipotesi nel mezzo, giacchè col contemporaneo arco eguale delle due rette SG , ed NI , il primo di SG circolare da G in U , finchè la retta SG cada sopra la retta SU tangente del circolo $SGMA$, e perpendicolare al diametro SA , e transitante necessariamente dal punto G sino al punto S , sopra tutti i punti intermedi dell' arco GFS , eguale a' la sotto parte della periferia del circolo, e per conseguenza GS s'attesa eguale al raggio. Col'arco sempre a se stesso parallelo nella retta $IM=GE$, dal punto M fino in P , ha descritta la retta MP per costruzione eguale a GU , e perpendicolare ad NI . Questa retta NI , mentre descrive la retta MR di

5. *5. retta NI , mentre descrive la retta MR di*

detta posizione perpendicolare, e con moto a se stessa parallelo traslata per tutti li punti dell' arco MLX eguale alla sesta parte della periferia, e discende diagonalmente il filo MA circondando detto arco. Quindi quando il punto I sarà caduto sopra il punto A , ed avrà descritta la retta IA eguale, e parallela alla retta $MR=GU$, tutto il filo circondante detto arco resterà disteso, ed avrà descritta la diagonale MA , eguale come a me pare all' arco MLX , e come da *V. S.* Ella viene dimostrato.

La quantità di detto filo, o retta, diagonale del rettangolo $MMAI$ nella misura del diametro, Ella ingegnosamente trova, estraendo la radice quadrata dalla somma de' quadrati delle due rette $AI=NR=GU=$
 $= \sqrt{(GT^2 + TV^2)}$ la prima GT eguale al semiraggio, e la seconda TV eguale alla differenza di $SU=SG$, eguale al raggio, e GE eguale alla radice quadrata della differenza tra il quadrato della retta SG eguale al raggio, ed SE eguale al semiraggio, e dell' altra retta $MI=GE$ poco fa ritrovata.

Che se tutto ciò è vero come pare debba essere, Ella ha trovata una retta eguale alla sesta parte della periferia del Circolo, che moltiplicata per sei, il fatto darà una retta eguale a tutta la periferia, e quindi la giusta relazione (non più per approssimazione) della periferia al suo diametro, e

finalmente la giusta quadratura del circolo.

Il suo ritrovato è sì fecondo, che la Trigonometria si piana, che sferica, l'Astronomia, la logaritmica, e tante altre teorie, e pratiche Matematiche, le surranno sommanente grate, per aver loro appianata la via certa delle giuste loro correzioni.

Dalla soprabbondanza del gaudio, di cui deve necessariamente andar ripieno il mio ben fatto cuore pel detto nuovo ritrovato, ne faccio un solenne dono al datore di ogni bene, sopraggiungendo sempre maggior perfezione, ed alle lode, ed alle augurate immortal virtù: mentre rallegrandomi di tanto meco, congratulandomi seco lei senza termine, e fine, posso augurarmi l'onore di essere suo

*Roma dal Convento di S. Pietro Martirio
Il 16. Aprile 1817.*

*Uño Dño Sero/Ornñq
F. Raffaele Maria da Roma*

DELLE CURVE CIRCOLARI

Qui s' intendano già premesse tutte le Fig. nozioni elementari di Algebra, e Geometria, e questi fogli si possono sostituire a qualunque Libro, dove si parli dei Logaritmi.

2. Per esprimere la linea con un termine aritmetico Algebrico è necessario dividerla in parti. Prendi due linee, una sarà maggiore dell'altra, se più di quelle parti contiene, e siccome il valore delle unità è arbitrario, così il numero aritmetico può sempre indicare la lunghezza della linea. L'espressioni v. g. 50, e 10 mostrano la prima linea il doppio più grande della seconda.

5. Le parti in cui si divide la linea sono arbitrari; dunque una stessa linea si può esprimere con diversi numeri senza alterare la sua dimensione.

4 Il parallelogrammo è un composto della base, moltiplicata per l'altezza. Il quadrato è il prodotto della base in se stessa.

È la linea, si dice incommensurabile, se la grandezza della parte, che si è presa per misurarla, non vi si racchiude esattamente. Fat-

1. te il triangolo rettangolo isoscele NAO , e
 dato $NA = 67$, si trova $NA = 56 = NPM - NO$

4. *How do you think the world will change in the next 10 years?*

NP. $\text{NO} = \text{NO}$. NO_1 , non vi è espressione arit-

metica, che sostituita ad NO , dia il parallelogrammo 56. Vi sono dunque delle quantità eguali geometricamente, ma che non si possono esprimere con l'aritmetica, e sotto le divisioni stabilite in una linea, ed esagerare.

6. Queste idee pongono in vista al Geometra, che le radici incommensurabili, ed impossibili esistono, perchè l'esattezza del calcolo vuole, che le unità siano sempre esagerate.

7. Tre quadrati in proporzione aritmetica hanno le radici commensurabili. Siano i quadrati NU, NS, NO, avremo lo spazio BCU RQS = NB + QHO = NB. $(\text{NO} + \text{SQ}) = \text{BC}$. $(\text{NS} + \text{UR})$, dunque $\text{BC} : \text{NB} = \text{NO} + \text{SQ} : \text{NS} + \text{UR}$, ma $\text{NO} = \text{NB} + \text{BC} + \text{CN}$, $\text{SQ} = \text{BS} + \text{BC} + \text{CM}$, $\text{UR} = \text{CM}$, sostituendo si ottiene $\text{BC} : \text{BN} = \text{NB} + 2\text{BC} + 2\text{CM} : \text{BC} + 2\text{CM}$, e ridotta $\text{BC} : \text{BN} = \text{BN} + 2\text{BC} + 2\text{CM} : 1$, ma l'unità in una

$$\frac{\text{BC} + \text{CM}}$$

proporzione geometrica è sempre commensurabile, perchè può ivi essa ricevere qualunque espressione (3), dunque tre quadrati in proporzione aritmetica hanno le radici commensurabili. Siano 5 quadrati 4, 100, 196, la differenza è 96, le radici sono 2, 10, 14, e questi valori si possono sostituire alla proporzione geometrica. Se i quadrati fossero 49, 121, 196, si avrebbe la differenza 72, e le radici 7, 11, 13 $\frac{21}{20}$ sono commensurabili da $\frac{1}{20}$. Se

Fig. sostituita peraltro la frazione alla proporzione geometrica si avrebbe un' errore, quando tutti li termini non si portassero alla stessa espressione (1) (5),

8. Concepirono i Geometri esser la periferia un poligono d'infiniti lati, simile idea non corrisponde alla definizione della curva; produce solo ne' nostri sensi un inganno; il Filosofo lo conside, e nell'analisi trascurò sempre un piccolo errore. Il circolo è maggiore del poligono iscritto; questo, e non quello deduce il calcolo differenziale con i suoi infinitesimi.

9. Considero la periferia una linea flessibile capace di essere rettificata.

10. La metà della periferia AMFB per effetto della flessibilità forgi sopra il diametro

2. AB un isoscele acuto ASB (1). Il lato AS, che corrisponde alla quarta parte della periferia, deve esser minore del diametro AB (1). Staccate queste due linee AS, SB posso costruire con le medesime un triangolo rettangolo isoscele XTY, sarà questo la metà di un quadrato, il di cui perimetro, *abbene* incognito, pure è certo, che corrisponderebbe alla

periferia del circolo, ma $XT^2 + TY^2 = YX^2$, essendo $AB > TX (= AS)$, potrà anche AB essere un cateto dell'ipotenusa XY, detto l'altro cateto minore Z, avremo $AB^2 + Z^2 = YX^2 = XT^2 + TY^2$, dunque è sempre certa la propor-

Fig. zione aritmetica $AB^2 : XT^2 - XT^2 : Z^2$ ma AB rappresenta il diametro, TX la quarta parte della periferia, dunque il diametro non è incommensurabile con la periferia (7), come avevano pensato, e supposto i Geometri, dopochè valero vani, ed inutili tutti i loro tentativi nella dimensione esatta del circolo.

11. Fino a questa epoca per descrivere un circolo non si dava altro mezzo, che fissare il compasso nel centro, ed aperto, girarlo regolarmente. Questo metodo rendeva a mio credere sempre impossibile la sua dimensione. Esaminata attentamente la natura della curva, conosci, che può segarsi da due rette collocate alla estremità del diametro, e fissate ad un perno mobile, sopra delle quali linee trascorra altra simile, eguale al diametro, e sempre con moto a questo parallelo. La corda $AS=OS=DO=AC$ sottintende 60° (1), dunque l'angolo $SAB=60^\circ$. Produgate in P , ed E le due estremità S, O , ed avvicinate la retta PE con moto parallelo al diametro, avremo SO, LH, MN parallele ad AD . Siccome AS, AL, AM, DO, DH, DN sono lati di un'angolo alla periferia SAB, ODC , che si avvicina al retto GDP, BAR così i punti A, M, L, S, O, H, N, D giacciono nella periferia, ed essendo SO, LH, MN corde del circolo $ASOD$, l'intersezione delle linee si fa sempre sulla periferia del circolo.

12. Per descrivere il circolo con questo mezzo, e muovervi regolarmente con un moto con-

Fig. tirate, girino sopra due peroi A, S le due verghe di metallo AS, BO , la parallela al diametro MN sia similmente di metallo, ed un poco pesante. Queste tre verghe abbiano nel mezzo un traforo della grossezza di una linea, e lungo in MN quanto il diametro AB , in R, R vi siano due peroi mobili, che tocchino le parallele, e trascorran per i trafori delle verghe. Come la linea BO, AS si avvicina alla perpendicolare AM, BN , così MN sempre parallela al diametro, e l'indice R descrive la periferia.

13. Una retta può essere eguale ad una curva, dunque non è impossibile, che sia la diagonale di un parallelogrammo. Se questa per ragione della flessibilità (9) divenisse curva circolare, fatto immobile il punto M , con l'altra estremità si deve avvicinare all'angolo retto I , e cadere in un punto della retta AI , che fin'ora essendo incognito lo dico X . Dunque $AI - AX = IX$ sarà l'ascissa, IM la metà dell'ordinata, la curva circolare $MLX = AM$.

14. Data la semiordinata, e l'ascissa si determina il raggio, perchè unite ad angolo retto competono ad un solo circolo. (1) Si è supposto di sopra, che la retta AM , diagonale del parallelogrammo $MRAI$, sia la retta ricercata eguale alla curva MLX , questa come eguale può circolare su tutto l'arco MLX , ed il punto A in tale ipotesi cadrà in X determinando il circolo a cui compete l'ascissa IX , e la semiordinata IM .

15. Immagino, che l'arco GYS sia di 60° , allora sarà ivi GS eguale al raggio (1), nel descrivere la corda GS (con il nuovo metodo) il circolo, quando sarà passata in SU , e sarà divenuta perpendicolare ad AS avendosi descritto tutto l'arco GYS . Se la perpendicolare MI passa con moto parallelo a se stessa in AR , nel medesimo tempo, che NR giunge con moto parallelo a se stessa in AI , l'intersezione continua di queste linee ad angolo retto produce la diagonale AM (1). Per l'arco SYG di 60° , l'angolo fatto dalla tangente US , e dalla corda SG è eguale a 30° , e di l'isocelti GSU ; preso il centro C , ed O con il raggio SG , si segna l'angolo $MOR = ICA = GSU = 30^\circ$, e le corde MR , AI siano parallele, ed in conseguenza diverranno una parte delle stesse parallele già stabilite TR , ed AS ; nel tempo, che SG passa in SU , i raggi MO , CI si avvicinano ad OR , e ad AC , e spingono la retta IN sempre con moto parallelo a se stessa, fino che la trasportano in RA . Tutto ciò essendo eseguito nell'istesso tempo dalle rette $MO-IC-GS$, mentre la retta TR scende parallela ad SA , ed ivi giunge nel momento, che GS , MO , IC si sono confuse con SU , OR , AC . Ma con questo moto, GS ha descritta una curva GYS ; MI una diagonale AM nel parallelogrammo $MIAR$, formato con la metà dell'ordinata di 100° , e la corda di 30° , dunque la corda di $30^\circ = IC = MR = AI$ sarà il lato del parallelogrammo per-

30.

Fig. octo, la di cui diagonale è sempre eguale all' arco di 60° . Detta l'arco qualunque $GY S=a$, la corda dell'arco $GFS=b$, la semidistanza d , avremo $a=\sqrt{b^2+d^2}$ (1) Se $GY S$ fosse eguale a 60° , detto il raggio r , sarà $a=\sqrt{\frac{3}{4}r^2+\frac{1}{8}r^2+X^2}$, con la qual formola, multi-

plicata, o divisa per un dato numero, si verrà in cognizione dell'arco maggiore, o minore. Tutto questo è evidente per costruzione, come simili, ed eguali per costruzione si riguardano due semidiretti descritti dalle due estremità del diametro, che girando sul centro, seguano quelli all'istesso tempo, e con l'istesso moto in parti opposte. Parallele per costruzione si stabiliscono due linee. La dimostrazione non ha bisogno, dove si trova l'evidenza, e la misura esatta. Ed ecco come si possono conciliare li risultati della Geometria Italiana, opposti a quelli del Gran Newton, e del Sig. Alambert, ed ambedue già dati nella Prefazione esser veri.

- 16 La corda SR , sottintende 120° , dunque
 3. $AB=BC=SY$ perchè SY è la metà del raggio, e fatto il raggio $AS=7$, avremo $AB=5\frac{1}{2}$,
 $BS^2=AS^2-AB^2=6\frac{7}{8}=\frac{503}{72}$, $RF=RA-PA$
 $=AS-AP=7-\frac{221}{48}=\frac{16}{3}$, ma $RS^2=RF^2+PS^2$
 $=\frac{256+17}{48}$ estratta la radice $RS=37\frac{16}{48}$ =

== $\frac{8204}{7204}$. Si è dimostrato, che AMS è eguale alla diagonale di un parallelogrammo in cui un lato sia SB , l'altro RS , dunque $AMS = \sqrt{RS^2 + SB^2} = \sqrt{\frac{93759300}{33388416} + \frac{84881}{2504}} =$

$$\frac{3247873319086491}{440173330616240} = 7 \frac{166648004772811}{440173330616240}$$

17. La periferia si divide in 360° (1). Il diametro 14 ha dato l'arco di 60° ==

$$7 \frac{166648004772811}{440173330616240}, \text{ e siccome } 6. 60^\circ =$$

$$360^\circ, \text{ così } 7 \frac{166648004772811}{440173330616240}, 6 \text{ mm}$$

$$44 \frac{3247873319086491}{220087665308120} = 360^\circ. \text{ Detto il dia-}$$

$$\text{metro 1, avremo } 14:1 = 44 \frac{3247873319086491}{220087665308120}$$

$$X = 3 \frac{444942600318433}{220122731313680}. \text{ Quando dun-}$$

que il diametro sia diviso in parti 308122731313680, sarà la sua periferia 97386245122859673.

18 Qualunque figura rettilinea si può risolvere in triangoli, ma il triangolo è sempre circoscritto da un circolo, dunque qualunque lato di una figura si conosce con il circolo. È sempre certa la proporzione $GFQ:ACB =$

4. $PQ:PB$; se $GQ=CD$, saranno li gradi, che sottintende nel circolo maggiore, al numero dell'i gradi, che sottintende nel circolo minore, come

$PQ \cdot BP$. Con la descrizione del circolo è noto il raggio PB . $CQ = 2PQ = 2X$, ed avremo CLD . $180^\circ = X:PB$. I Geometri si provvedevano delle tavole logaritmiche, dove oltre l'inviluppo, e difficoltà della pratica, si trascura un piccolo errore, indicando la misura per approssimazione.

19. Un triangolo da un solo circolo può essere circoscritto (1), ed il raggio è sempre eguale alla corda di 60° . Se si conosce il valore di uno, o più gradi, si moltiplichino sino che si ravvina il valore di 60° ; indi per conoscere la sua corda, si farà la proporzione con il raggio 7, e l'arco 7 $\frac{1666487772811}{440173330616240}$ (17)

20. Due lati, ed un'angolo; un lato, e due angoli fissano la dimensione del triangolo, da cui si deduce, e si stabilisce il raggio per circoscrivere con un circolo. (18) Se è noto l'angolo DHG , ed il lato GD , si sa anche il numero de' gradi CLD , e siccome l'incognita cade nel quarto termine, così è facile il risolverla. Ecco un mezzo facile, spedito, e sicuro per conoscere le distanze, le altezze; utile alla Rivellazione, alla Nautica, alla Astronomia, Plantimetria, Ballistica, ed a tutti quelli usi, a cui è diretta la Geometria.

21. Rettificata la periferia del circolo, se divenisse eguale al perimetro di un quadrato, la superficie di questo è sempre minore di quella del circolo. Come già si sapeva, che dato un triangolo eguale ad un rettangolo,

non ha eguale il perimetro, e fatto eguale il perimetro, non è sempre eguale la superficie. La metà del raggio moltiplicata nella periferia, dà la superficie del circolo (1)

22. La metà della periferia posta alla base, e moltiplicata per l'apoteca del Cono, dà la superficie di esso. Trovò Archimede essere questa alla sfera iscritta, come $g:4$, dunque detta la superficie del Cono A , avremo $g:4=A:X$, e questa incognita mostra la superficie della sfera, da cui si deducano altre maggiori, o minori. (1)

23. Quando si dà la superficie generatrice di un solido, e la strada, che percorre il centro di gravità, con il metodo già prescritto dal Sig. Guldini, si precisa la massa di qualunque solido, e non sembra doverci più altro escudere questa prima parte.

Fine della Prima Parte.

PARTE SECONDA

DELLE

TRE SEZIONI DEL CONO.

24. **L**e principali curve, che si presentano *Fig.* in primo luogo per l'uso, e per le proprietà sono le tre sezioni del cono. Se il cono si taglia in una direzione parallela ad un lato, o sia, che l'angolo $CAB + PEA = 180^\circ$, la sezione PE è parabolica, la quale ha due rami infiniti eguali, che si allontanano sempre più l'uno dall'altro.

Se l'angolo $PEA + EAB < 180^\circ$, la sezione è ellittica, ricorrente, e chiusa.

Se $PEA + EAB > 180^\circ$, la sezione è iperbolica. Per avere nell'iperbole una sola figura ricorrente, e chiusa fu necessario collocare al vertice un'altra cono.

25. Nella parabola l'asse passa per il vertice, ed è infinito, quelle rette, che formano sull'asse un'angolo retto, e terminano nel perimetro, si dicono ordinate, la parte dell'asse, che esiste tra il vertice, e l'ordinata, si chiama *ascissa*.

26. Data una parabola, si cerca una superficie quadra eguale alla medesima, e l'estensione del suo perimetro, e sia il modo di ret-

Fig. 6.ificare la linea curva ABC. Il cono è un aggregato d'infiniti circoli concentrici, li quali erano espressi nel circolo massimo posto alla base, e che si sono innalzati lungo l'asse. La sezione parabolica, ne taglia molti, dunque le ordinate della parabola corrispondono, e sono eguali alle ordinate delli diversi circoli concentrici. Le ascisse tanto nella parabola, che nel circolo massimo posto alla base, sono diverse. Rettificato il segmento circolare posto alla base (16), e misurata la superficie, si riduca ad un quadrato detto α^2 . Volendo un parallelogrammo eguale, in cui un lato sia l'ordinata AC, faremo $AC \cdot X = \alpha^2$, dunque $X = \frac{\alpha^2}{AC}$.

Fatto il parallelogrammo dello spazio parabolico ABC, eguale ad $AC \cdot Y$, avremo $AC \cdot X : AC \cdot Y = X : Y = \frac{\alpha^2}{AC}$; Y, dunque la curva pa-

rabolica, alla curva del segmento circolare posto alla base, sarà come X:Y (1), o sia come l'altezza delli parallelogrammi, supposta costante la loro base, ed eguale alla comune ordinata AC.

27. Dalla superficie del cono CAD, sottratto $UAE + a UPE$ nasce la superficie dell' $Ugen$ parabolica PED, CUP. La periferia del circolo UE si è già rettificata, (16) il perimetro delle due parabole PE, UP si co-

8. sce, dunque tanto la superficie, che la solidi-

Fig. 14 dell'agge paraboliche esattamente si possono ridurre.

28. I quadrati dell'ordinate alla parabola, sono fra loro come le rispettive ascisse. Fatto un parallelogrammo con le ordinate, e le ascisse, si hanno due figure simili, ma le figure simili sono come il quadrato dell' lati omologhi (c), dunque l'ordinate, o sia la base del parallelogrammo A, all'altezza, o sia l'ascissa; come la base, o ordinata di un'altro parallelogrammo B, all'altezza, o sia ascissa, ed ambidue sono tra di loro, come il quadrato dell'ordinate A, al quadrato dell'ordinate B.

29. In una parabola non possono esservi due ordinate eguali, perchè tali sarebbero anche le ascisse.

30. Quando l'ascissa è quadrupla dell'ordinate, l'ordinate chiamasi parametro, il punto dove questa ordinata tocca l'ascissa dicesi fuoco.

31. Se nel vertice della parabola si tirasse una tangente parallela alle ordinate, dal Geometri si chiama *Direttrice*, e l'allontanamento dal vertice della parabola la quarta parte del parametro, o sia il doppio di quell'ascissa.

32. Un punto del perimetro è egualmente distante dal fuoco, e dalla direttrice. Sia dato un punto qualunque O su cui innalzata la perpendicolare OR, e prolungata il parametro in G, avremo il parallelogrammo GR NN diviso da due diagonali, eia $RE=DN$.

Fig. (1), dalla intersezione B mandata in O la linea OB, l'angolo $\text{RBO} = \text{BON} + \text{BNO}$, similmente l'angolo $\text{ORN} = \text{ORB} + \text{BOR}$, dunque la linea $\text{RO} = \text{ON}$ (1).

33. Da questa proprietà insegnano i Geometri il metodo per delineare con un moto continuo la parabola. Fissata nel fuoco l'estremità di un filo, trascorra l'altra sulla direttrice nell'istesso tempo, che un'indice posto nel mezzo segna il perimetro.

34. Qualunque linea interna parallela all'asse detto diametro della parabola.

35. L'angolo, che forma l'Apothema del cono nel suo vertice, tocca con li due lati tutti li diametri delli diversi circoli, che lo compongono; trasportato sull'asse della parabola diviene tangente di quella ultima ordinata massima, le altre hanno sempre un'angolo maggiore.

36. Segnata la tangente, l'angolo $\text{RNS} = \text{MTF}$, $\text{FNS} = \text{TFM}$, ma NF è la distanza del diametro dal fuoco; dunque tutti quelli raggi luminosi, o caldi, tutte quelle vibrazioni sonore, e ciò che gode di un'angolo di riflessione eguale a quello d'incidenza, si riflette, nella parabola, sempre al fuoco.

37. Le ordinate nella parabola AB sono quelle medesime, che esistono nel segmento, o semicircolo AC, fatto $\text{AB} = \text{BU}$, $\text{AN} = \text{SC}$, tirando UN , AU (=SF) tangenti dell'ordinata in A, o sia del diametro SC: siccome AB è l'archa, AU la sottangente, così la

Fig. sottangente è doppia dell'ascissa. Come le ordinate si avvicinano al vertice, l'angolo delle due tangenti si deve accrescere (31), per avere questo aumento, supponi la tangente in H , si avrà l'angolo $AHH=OMU$, e siccome l'angolo $ADC=SPC=AUN$, $AB=BU$, $AC=CH$, dunque $AU=AH$, ed ecco $AH=OU$, e resta la sottangente sempre doppia dell'ascissa.

38. La normale NQ è doppia della perpendicolare PI , dal fuoco tracciata sulla tangente TM , il triangolo $PIH=IMC$ (31); ma PG è parallela a QH , TQ a CM ; dunque $PI=QH$.

39. La subnormale PQ è eguale alla metà del parametro, per li triangoli simili CFG , PQM , $CF=PQ$. Dalla metà dell'ordinata, e dalla metà del parametro unita ad angolo retto, si rleva un circolo (18) nel di cui diametro è la normale.

40. Le sottangenti sono doppie delle ascisse, dunque sono come le ascisse. Le distanze dal fuoco sono eguali alle distanze dalla direttrice, ma le distanze dalla direttrice includono la quarta parte del parametro, sottratta questa quarta parte, si hanno le ascisse. Dunque le sottangenti sono come le distanze dal fuoco.

41. Date il parametro AB , $MB+MC^2=AB$.

13. MB , la normale $CB^2=MB+CH^2=AB.NB$.
Le ordinate sono come le ascisse; le ascisse

Fig. come le distanze dal fuoco, la subnormale è costante, dunque la normale a qualunque punto della parabola è media proporzionale tra la distanza dello stesso punto dal fuoco, ed il parametro.

14. Se il fuoco, ed il diametro qualunque si unisca con le linee MP , MB , vengono chiamate raggi vettori. Dal punto dove la normale incontra l'asse, tirando alli raggi vettori le perpendicolari ND , NB , sarà per li triangoli simili MBN , MND , $MD = MB = PN = \frac{P}{2}$, o sia la metà del parametro (5g) p

15. L'ascissa UH moltiplicata per il parametro AB , è eguale al quadrato della semiordinata, (5c) nella parabola le semiordinate sono come le ascisse, dunque il quadrato della semiordinata è eguale al prodotto del parametro nell'ascissa.

44. Il perimetro della parabola è composto da diversi cerchi, che differiscono in proporzione aritmetica, come li loro raggi. Un'ordinata, che riposi sopra due cerchi egualmente lontani da un punto, potrà calare dalle sue estremità due parallele all'asse, una parallela si può calare dal punto, che si è fissato nel mezzo, avremo tre diametri paralleli, date le ordinate parallele tra di loro, avremo sempre, che il diametro le divide in due parti eguali.

45. Le ascisse del diametro sono tra di loro, come il quadrato delle semiordinate. Le

Fig. ordinate del diametro cascata successivamente maggiori, se qualche punto sono eguali alle ordinate dell'asse; siccome le ascisse in quel dato punto sarebbero diverse, dette A, B le ascisse dell'asse, a, b quelle del diametro, sarà $A:a=B:b$, alternando $A:B=a:b$, ma $A:B$, come il quadrato delle loro semiordinate (43), dunque anche nel diametro le ascisse sono tra loro, come il quadrato delle semiordinate.

46. Fatta l'ascissa alla metà della sua ordinata, come la metà dell'ordinata ad una terza proporzionale, che si chiama parametro, del diametro, avremo il quadrato della metà dell'ordinata eguale al prodotto del parametro nell'ascissa.

47. Fatto il parametro dell'asse eguale p , l'ascissa eguale X , il parametro del diametro eguale q , si tiri dal vertice della parabola al diametro, la semiordinata RA , sarà $RA=NT$, ed $NR=TA=AP$, ma $NT^2=NP^2+TP^2=pX+\frac{1}{4}X^2$ (45) siccome $p=\frac{1}{4}NA$, $X=AP$, dunque NT^2 , o sia $RA^2=\frac{1}{4}NA \cdot AP+\frac{1}{4}AP^2$, ma $RA^2-NR^2=AP \cdot q$, dunque $\frac{1}{4}NA \cdot AP+\frac{1}{4}AP^2=AP \cdot q$ e dividendo per AP , $\frac{1}{4}NA+\frac{1}{4}AP=\frac{1}{4}DN=\frac{1}{4}MF=q$, dunque il parametro del diametro è eguale a quattro distanze del fuoco dal vertice del diametro.

48. Quelle proprietà dunque, che ha la pa-

Fig. 16. Parabola con l'asse, si dimostrano sul diametro, e le sue ordinate.

49. Dato l'asse, ed il parametro di una parabola, trovare il diametro, che formi con le ordinate un'angolo stabilito, v. g. di 60° . Fatto l'angolo $TFU = 60^\circ$, si tira dal fuoco F il parametro del diametro indefinito QU . L'angolo delle due tangenti NT, TS , e delle normali MO, OS deve essere eguale a 180° , (1) e $MTF = 130^\circ$, dunque l'angolo MOS sia $180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$, l'angolo AMO opposto alla subnormale è eguale $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ (1), ma la subnormale è sempre eguale alla metà del parametro; dunque con il metodo prescritto (18) si trova la normale. La distanza dal fuoco e alla normale, come la normale al parametro; cogniti l'ultimi tre termini, facilmente si trova il primo, in conseguenza la distanza dal fuoco, l'origine del diametro, ed il suo parametro.

50. Dato il parametro, del diametro MR , l'origine del medesimo M , l'angolo delle ordinate RQU , trovare l'asse della parabola, ed il suo parametro. Tolta la quinta parte del parametro dato, si avrà cognizione della distanza dal fuoco F dal punto M , ivi seguita; una linea con l'angolo $TFU = MQU$ sarà essa parallela al diametro. È necessario trovare il vertice P della parabola. L'angolo $QMF = 180^\circ - 2MQF$, perchè $MF = MQ$, dunque si trova (18) il lato $QF = NT$, cioè un rettangolo, in cui è cognita l'ipotenusa, l'angolo

Fig. MTA , onde si trova facilmente l'ordinata NA , e la tangente TA (18). L'ordinata NA è cateto di un rettangolo, in cui l'ipotenusa è sempre MP , dunque si conosce la distanza PA . La tangente è doppia dell'ascissa; tolto dunque dalla metà di TA , PA resta cognito FP , eguale alla quarta parte del parametro, ed in P è il vertice della parabola.

DELL' ELLISSE.

51. Si è già mostrato, che se l'angolo della sezione fatta in un cono, sommato con l'angolo al vertice, fosse minore di 180° , la sezione si dice *Ellisse*, o *figura chiusa*, e *chiusa*. Nell'ellisse vi sono due assi, che passano per il centro; quello che tocca il vertice dell'ellisse si dice *asse maggiore*, o *traverso*, l'altro che passa per il centro, ed a questo è perpendicolare si chiama *asse minore*, o *conjugato*.

52. Per conoscere la superficie di un'ellisse, e rettificare il perimetro, si segui un cilindro, che abbia il diametro eguale all'asse minore AC ; l'altezza BC sia fisata dalla diagonale AB , eguale all'asse traverso: Diviso questo cilindro $AMBC$ con la sezione, e linea AB , apparirà ivi l'ellisse data, posto in quadro, o il perimetro del circolo, o la superficie; diviso il parallelepipedo in due parti eguali, dalla diagonale AB si avrà, ora la

Fig. superficie eguale all'ellisse data, ora il perimetro di quel parallelogrammo è eguale al perimetro dell'ellisse, in corrispondenza della rettificazione seguita in quelle quantità diverse. (21)

53. Nella sezione di questo cilindro AB , si osserva lo spazio ASC (N. 1.), entro di cui sono quelle ordinate, che può contenere il semicircolo ABC , e fatto lo spazio $ABC:ASC=UB:US$ si verrà in cognizione della superficie ellittica ASC , da cui si rileva il perimetro, come si è praticato sulla parabola (16).

54. Da ciò facilmente si deduce la superficie del cono superiore, o inferiore alla sezione, giacchè rettificato il circolo alla base, e reso il cono una piramide, si prende nella medesima un perimetro eguale all'ellisse, da cui con il solito metodo (1) si trova la superficie superiore, o inferiore, avvertendo sempre quello si è detto al N. 21., e 52.

55. Nella ellisse le quadrati delle sezioni ordinate all'asse maggiore, sono alli poteri di due delle loro ascisse, come il quadrato dell'asse minore, al quadrato del maggiore. Descritto un circolo con il raggio eguale alla metà dell'asse maggiore AB , le ordinate SP corrispondono alla base d'un cilindro, il di cui diametro sia ca , dunque le medesime ordinate SP , sono ordinate d'un circolo, il di cui diametro sia l'asse minore ca , dunque $SP:SM=ca:CA$, la metà è come il

Fig. tutto $SP:SM=2cu:2CA$ inalzando tutto a quadrato, avremo $SP^2:SM^2=2cu^2(=RU^2)$:

AB^2 , ma $SM^2=SB \cdot AS(1)$ dunque, co.

36. Li quadrati delle semiorbinate all'asse minore, sono ai rettangoli delle loro ascisse, come il quadrato dell'asse maggiore al quadrato dell'asse minore. Descritto un circolo, con la metà dell'asse minore, e formato un cilindro; con la metà dell'asse maggiore, e sul centro C descritto un circolo PSQ , avremo $MN:DC=ON(=RD):PC$, ma $NN':2DC=ON:2PC$, dunque $ON:MN=PQ:AB$, inalzato tutto a quadrato $ON^2:MN^2=PQ^2:AB^2$, ma $NN'=AN \cdot NB(1)$ dunque co.

37. Se nelle estremità dell'asse minore, si fassi il centro di un circolo, il di cui raggio sia eguale ad AC , l'intersezione di questo circolo sull'asse Aa indica i due fuochi F, f , da cui se deriva, che il semiasse minore è medio proporzionale tra le distanze dell'uso dei fuochi alli due vertici dell'ellisse, descritto un circolo con il raggio CA , ed al punto B tirata la tangente MN , sarà $MP=BC$, perchè il raggio $AC=FB=MC$. Dunque $AP:BC=BC:Pa$, se $PC=CB$, sarà (Fig. 17. 2) $AO=PT$, ma fatto $AO=TO$ viene $PT=OT=AO$, dunque BC indica, e corrisponde all'asse intercetto tra li due fuochi, siccome AT è il semiasse maggiore, così può essere anche $TO < AO$.

Fig. 58. Siccome PM è un'ordinata all'asse maggiore, ed include il parametro FF , si è trovato $PF^2 = AF \cdot Fa = BC^2 \cdot AC^2$ (55) ma $AF \cdot aF = BC^2$, sostituendo avremo $PF^2 \cdot BC^2 = BC^4$; AC^2 , estratta la radice, e duplicata si conosce, che il parametro è terzo proporzionale all'asse maggiore, e minore.

59. Le linee FB, Bf nell'ellisse si dicono raggi vettori, partono dalli due fuochi, e possono terminare in qualunque punto del perimetro.

60. Li raggi vettori sommati, sono sempre eguali all'asse maggiore. Fatto centro nell'asse due fuochi F, f , con il raggio eguale all'asse maggiore si descrivono due cerchi. Uniti li due raggi CF, Df sul vertice dell'asse minore, formerebbero ivi un'angolo, e l'intersezione sarebbe nel mezzo di essi. Variando posizione, ed andando v. g. verso sinistra, tanto l'angolo iFf si accresce, quanto l'angolo Ffi si diminuisce; dunque non si altera quello formato con l'intersezione sul perimetro dell'ellisse. Il moto di FC sul suo circolo CA , e di fD sul suo circolo DQ fa conoscere, che tanti gradi perde un'angolo, quanti l'altro ne acquista: ed avendo $CF = Df$ se l'angolo v. g. fif portato sull'asse minore dava i residui fuochi del perimetro eguali, o sia $fi = iC$, sarebbe stato ivi fiC un angolo, e questo angolo deve continuare nel

Fig. cambiamento di posizione, perchè l'angolo del perimetro è costante. L'angolo $OIQ = OIQ + DOM$, ma $FCO = FOC = DOM$, dunque l'angolo $IFC > fCi$ in conseguenza non essendo isoscele, l'angolo fCi non si trova sul perimetro, e dovendo sempre avervi lo spazio $if = iC$, ne risulta, che in qualunque punto del perimetro lo spazio $Fi + if = FC$, e sia all'asse maggiore.

61. Da questa proprietà dell'ellissi, legata l'estremità di un filo eguale all'asse maggiore alli due fuochi, con un stilo portato in giro sotto del filo, si segua il perimetro.

62. Nella ellisse per condurre una tangente ad un punto qualunque A , si tirino le linee FO, PS, PF , quanto più si allontanano dal vertice F , tanto sono maggiori, perchè crescendo l'angolo OPI , cresce il catetto, ed in conseguenza l'ipotenusa FO, PS ecc. Siccome l'origine di queste due linee disuguali è sempre nel punto F , così la differenza si conosce nella parte opposta. Se fossero dunque divise in due parti eguali da una perpendicolare, prolungata non può incontrare un'altra linea all'istesso modo. Nelle linee FO, PS, PF si formano gli angoli BAF, BCF ecc. da cui è stabilito il perimetro, siccome $AO = FA$. (63) così diviso FO in due parti eguali dalla perpendicolare AQ sarà questa la tangente del punto A . L'angolo $BOF = BSF$, se la linea AQ incontrasse il perimetro in altro punto, FO sarebbe parallela e. g. ad

Fig. FS, il che è impossibile, perchè FA è ipotenuza delli catetti AP, ed Pi.

63. Essendo l'angolo $OAI = FAI = HAB$ si deduce, che tutti li raggi luminosi, caldi, vibrazioni sonore, partendo da un fuoco F, ed incontrando P ellisse, si riflettono nell'altre fuoco H.

64. Data un'ordinata CD, l'angolo CBD è sempre visibile, sottratto da 90° , si conosce l'angolo BCD, il di cui coseno $DGS = 180^\circ + BCD = 2 DCH$. nel rettangolo dunque
 65. DCH sono noti tutti gli angoli, ed un catetto DC, da cui si rileva la sua ipotenuza CM, la tangente DM (18), sottratto l'angolo DCM da 90° , si trova l'angolo PCD, ed esso nuovamente un rettangolo, in cui si conoscono tutti gli angoli, ed un lato DC, dunque si conosce la normale PD, e la normale, o ipotenuza CP.

66. La tangente della ellisse è tangente di un circolo descritto coll'asse minore. Traslato il circolo perchè componga il cilindro, (52) s'innalza la tangente, e prende una inclinazione sulli base del cilindro, simile a quella dell'asse maggiore, ed avremo sempre $PC = CB$ (57), dunque il fuoco F, f corrisponde della base al punto M, M: il punto B cade (N. 1) sul centro C, la tangente in T, la sua parallela è CO, il raggio vettore qualunque sarà MT, ma il centro s'innalza sopra la tangente questa è la distanza del fuoco (57) dunque il centro, e linea CO parallela

Fig. la alla tangente sarà in un piano è più elevato, o più depresso; quanta è la distanza dal fuoco, ed il raggio vettore passando da un piano all'altro, sarà eguale ad una diagonale, in cui un lato è GT , l'altro eguale alla distanza dal fuoco, ed eccolo eguale alla metà dell'asse maggiore, o sia ad NU (57), dunque l'intercetta tra la tangente, o la parallela mandata dal centro al raggio vettore, è eguale alla metà dell'asse maggiore, o sia (N^o 3.) se TH è parallela ad OU , $CH = OT$.

66. Se dalli due fochi si conducano due normali alla tangente, avremo il prodotto di queste, eguale al quadrato del semiasse minore. Quando la tangente BM tocca l'ellisse SEM con l'asse maggiore prolungato l'angolo SBM , dalli due fochi F, F' tirate alla tangente le perpendicolari $FR, F'G$ sono esse parallele. Il contatto della tangente si concepisce in un cilindro descritto con l'asse minore (3a), ed il centro di quel circolo orizzontale corrisponde sempre all'asse, che passa per il centro dell'ellisse, ma dal centro di un circolo tracciato un raggio alla tangente è a

65. quella sempre perpendicolare, siccome CA è eguale al semiasse minore, $CF = CF'$, avremo $FR:CA = CA:F'G$ da cui non si può dedurre, che la normale sia eguale al raggio, o al semiasse minore. Il piano dove si vede la normale non è nel circolo, ma nell'ellisse, o sia nella sezione delli diversi circoli, che compongono il cono.

Fig. 67. Una retta, che passi per il centro, e termina in due punti opposti della curva, diceasi diametro. Due diametri eguali, e paralleli a due tangenti opposte si dicono coniugati, le linee parallele alla tangente sono le ordinate al diametro.

68. Tutti i parallelogrammi circoscritti all'ellisse sono eguali tra loro, formato il parallelogrammo delle due assi, possono costruirsi altri, un lato del quale sia minore di AC, l'altro maggiore di BC. In tal caso la base del primo, e alla base del secondo la ragione inversa delle loro altezze. Questi lati nell'ellisse corrispondono sempre al diametro, e tanti possono essere di numero, di quanti punti CB differisce dalla linea AC, perchè alla tangente è sempre eguale, e parallela il diametro.

69. Ogni ellisse ha eguali i due diametri coniugati. Si prolunghi l'asse maggiore, sino che incontra la tangente AM, siccome è a questa parallelo il diametro coniugato, SP, avremo l'angolo SAC = CAM, ma il coniugato SP dà l'angolo SAC = ACM, ed il lato AC è comune, dunque SC = AM = CM.

70. Tutte le ordinate al diametro, sono da quello divise in due parti eguali. Il diametro coniugato divide in due parti eguali l'ellisse, in conseguenza anche (5a) il cilindro, dunque il diametro dell'ellisse corrisponde nella posizione ad un diametro del circolo, descritto con l'asse minore, e con quello si unirebbe

4. si cadeste sulla base. Due quadranti del circolo corrispondono all' spazi, che divide il diametro sopra l'ellisse, ma nel circolo le parallele al diametro, sono divise in due parti eguali dal raggio, che divide in due quadranti il semicircolo; dunque anche nell' ellisse le parallele al diametro sono divise in due parti eguali dal coniugato.

71. Dati due assi, trovare due diametri, che formino tra di loro un'angolo qualunque P , il parallelogrammo dell' due diametri è eguale a quello degli assi, e si può ridurre ad un quadrato, diviso questo da due diagonali si hanno quattro rettangoli bastanti; detta la quarta parte di quella superficie A , e formi un rettangolo, in cui un'angolo sia eguale $\frac{1}{2}P$, si conosca allora il lato opposto (18), stabilita così la base, colla metà dell'altezza fatta la moltiplicazione, si vede, se il prodotto corrisponde alla superficie A , con la regola di falsa posizione si corregge, e trovata la superficie con esattezza, l'apotemose sarà eguale al diametro cercato, e sotto l'angolo P .

72. Dati due diametri, e l'angolo P , volendo rinvenire li due assi, il metodo che si deve praticare sarà il medesimo.

DELL' IPERBOLA.

73. I Geometri dopo Cartesio ogni punto della curva qualunque lo riferiscono a due rette, che chiamano linee, o assi delle ascisse, li-

Fig. ecc. o **asse delle ordinate**. Il rapporto tra le ascisse, e le ordinate, o la sua espressione analitica dà l'equazione della curva. Le ascisse, e le ordinate corrispondenti con un solo vocabolo si chiamano *coordinate*. L'origine delle ascisse si può prendere al centro, o al vertice della curva, le quali potendosi ricavare d'ambedue li lati, ricorrono nel calcolo altre positive, altre negative.

74. Nell'Iperbola l'asse delle ascisse, e delle ordinate, o sia le *coordinate* per la loro posizione, e natura, danno due curve opposte, ed eguali. Fu detto, che due coni opposti al vertice, e tagliati in un punto parallelo all'asse formavano subito l'iperbola: potrà ora aggiungersi, dunque l'iperbola non si può costruire, e ricavare da un solo cono. La sezione fatta nel cono dà subito una curva iperbolica, ma siccome lo scopo di Cartesio, che applicò in modo maraviglioso l'algebra alla Geometria fu di esprimere con equazioni le leggi, con cui una curva fu descritta, e di diriggere l'analisi tanto nella descrizione delle curve di cui ha l'equazione, quanto nella ricerca delle loro proprietà, giova, e fu necessario per applicare questo metodo sostituito, e manifestare un cono opposto, il che lo ricerca, e domanda necessariamente l'equazione della curva.

75. Data la corda DC, e li gradi, che sottintende, si sa il raggio del circolo, che forma la base del cono. (18, 19.); l'ascissa

Fig. A B presa dal centro, dicasi devolvasse intiere, e si riporta al vertice del cono.

76. Data l'altezza del cono CP, e il semiasse minore RD, si conosce il semiasse maggiore CR. Il punto C dicasi centro, D origine dell'iperbola si chiama vertice; l'asse maggiore passa per il vertice; e si prolunga all'infinito.

77. Per conoscere, e rettificare il perimetro dell'iperbola, è necessario con le regole solite rettificare la periferia dell'ultimo circolo, che forma la base del cono, per conoscere la superficie, si prende un quadrato eguale alla superficie del circolo, fatta una piramide, che abbia la medesima altezza del cono, le sezioni daranno nella una, e nell'altra, e il perimetro, o la superficie eguale alla iperbola, in corrispondenza di quello, che si è rettificato. (21.)

78. Nella Iperbola i quadrati delle ordinate al primo asse, sono ai rettangoli delle loro ascisse prese dal vertice, come il quadrato del secondo asse, al quadrato del primo. Il quadrato dell'ordinata nel circolo è eguale al prodotto delle sue ascisse, ma ad ogni ordinata dell'asse maggiore corrisponde un circolo, dunque il quadrato dell'ordinata nel punto B, sarà eguale a BA.BE. Il vertice dell'iperbola si trova in C, D, la perpendicolare ES corrisponde alla distanza delle due ordinate, avremo dunque per li triangoli simili AB.BC-CN:MN-AA.E:ES, essendo

Fig. $DU = BC = SH$, la proporzione non si cambia sottraendo $AE = AB (= BE) = ES = SH (= EH) = CN : MN$, moltiplicando le due proporzioni sarà $AB \cdot BE \cdot BC \cdot HE = CN^2 : MN^2$, ma $AB \cdot BE$ è eguale al quadrato dell'ordinata due-que ec.

79. Si dice Iperbola equilatera quella, che ha l'asse maggiore eguale al minore. La linea AB è eguale all'apoteca, che si prende dal principio della sezione, e si tira al vertice del cono (76). Fatto $CF = Cf = BA$, i punti F, f saranno li fuochi dell'iperbola, la doppia ordinata Dd , che passa per uno dei fuochi dicasi parametro, e le linee PM, fM condotte da questi punti a quelli della curva, si dicano raggi vettori.

80. Il semiasse conjugato dell'iperbola è medio proporzionale tra le distanze di uno dei fuochi ai due vertici. Inalzata nel punto A la linea $AE = BC$, sarà $CE = BA$, dunque fatto centro in C , con il raggio $CF = CE$ descritto un circolo, diviserà AE una ordinata, onde si avrà $AF : AE = AE : Af$, dunque ec.

81. Il parametro è terzo proporzionale dopo il primo, e secondo asso, essendo la metà del parametro $DF : AF \cdot Fa = BC : CA^2$ (78), ma $a f = AF$, ed essendo $AE = BC = AF \cdot Af$, sostituendo avremo $DF : BC = BC : CA^2$.

82. La differenza dei raggi vettori la quale Fig. si sceglie punto è eguale al primo asse. Dati i fuochi f, F i vertici dell'iperbola O, N . Fatto centro in F con il raggio FO , in f con il raggio $of = FN$, si descrivano due cerchi. Nel-
 82. li punti PH dove li raggi vettori PH, FH segnano le periferie delli due cerchi, si tira una linea PMC , la quale sul diametro FC forma l'angolo ACP ; li due cerchi, che sono in contatto danno la stessa misura all'angolo C , in conseguenza QR, MO hanno il medesimo numero di gradi del segmento PO , AS dunque AP contiene li stessi gradi di MQ , la misura dell'angolo $fMQ = 180 - MQ$, dell'angolo $FPA = 180 - AP$, dunque nel triangolo PMH l'angolo $M = P$, in conseguenza $PH = MH$, ma $fM = FN$, dunque $PH = FH = NO$.

83. Li raggi vettori hanno sempre un punto fisso da cui partono, e sono necessariamente maggiori, diviso in due parti eguali, l'angolo ch'essi formano sull'iperbola, sarà AM sempre tangente in M , se questa incontrasse il perimetro in altro punto, li raggi vettori darebbero sulla medesima due angoli eguali, ma MfF si accresce, MFR si diminuisce, fatto dunque $fP = PQ$, se fosse diviso fPQ in due angoli eguali dalla tangente AN , fx sarebbe parallela ad fQ . L'angolo fMO è cognito, $fOM = 90$, dunque $ofM = 90 - fMO$; l'ipotenusa fM è cognita, dunque si rileva (18) l'ordinata OM . Dato l'angolo retto O , ed un estetto OM si trova AM tangente, AO

Fig. suffragante (18). Tanto l'angolo $\angle AHR=90^\circ$, sarà $\angle ARN=90^\circ-\angle RAM$; e siccome è cognito il cateto AM ; si trova facilmente la normale RM , da cui deriva la semiorbitale OR .

83. L'angolo, che forma l'apotema del cono trasportato sul centro dell'iperbola, e segnatamente i due lati, non possono incontrare la medesima, e si dicono asintoti. L'iperbola riferita agli asintoti ha molte proprietà.

84. Il prodotto delle ordinate tra l'asintoto, e l'iperbola è sempre eguale. Le ordinate agli asintoti sono li diametri di tutti li cerchi, che compongono l'iperbola, ma questi sono lontani dalle ordinate dell'iperbola la metà dell'asse minore, dunque l'asse minore è semiorbitale in ogni cerchio, ed in conseguenza media proporzionale nelle ascisse MP, PN , e detta a la semiorbitale, avremo sempre $MP:a=a:PN$, $a^2=MP.NP$, $FD:a=a:$

DO , $a^2=FD.DO$, dunque $MP:PN=FD:DO$.

85. Le tre seguenti dimostrazioni sono state da me prese dal Canovai. Seguate le parallele FG, QU , che passano per li punti D, P per effetto de'li triangoli simili sarà $QD:FP=FD:MP$, similmente $DU:FG=DO:PN$, dunque $QD:DU=FP:FG$.

86. Se li punti P, K coincidono in un solo punto D , la linea TD sarà tangente in D , e si avrà $FM.Mf=TD.Dt$, ed $fR.RF=TD.DT=FM.fN$, onde $fR.(RM+MF)=FM.$

Fig. ($MR = RC$) e però $fR = FM$, $DT = Dt$, un condotta DR parallela a Ct , i triangoli simili TDE , TtC danno $TE = EC$, dunque la tangente a un punto D dell'iperbola si ha conducendo DE parallela all'asintoto, prendendo $ET = EC$, e per TD conducendo la retta TDt .

88. Dall'essere sempre $fR = FM$ si ha la maniera di descrivere un'iperbola tra due asintoti CT , Ct la quale passi per un punto dato M , condotta per M la retta Ff , MN si farà $fR = FM$, $nN = Mm$, e i punti M , n , R saranno nell'iperbola.

89. Siccome la tangente THt è divisa in mezzo nel punto del contatto M , se si conduce MCM' questa linea si chiama diametro trasverso, o primo, il di cui conjugato o secondo è $DGD = THt$, le ordinate seno QN , parallele al conjugato; il parametro è una terza proporzionale al diametro, o al suo conjugato; e qui lascio il Sig. Carnot.

90. Un diametro divide in mezzo tutte le sue ordinate, per li triangoli simili TCT , VCS , TCM , VQO , $TH = Mt$, $VQ = QS$.

91. Nel punto t , dove il diametro conjugato incontra l'asintoto, si tirì tM' parallela all'asse maggiore, e indi dalla metà di questo diametro H segnatà la perpendicolare MM' , il rettangolo MtM' dà sempre questa proporzione, che dimostrerà vera $MM' : CF :: M'P : tM$. Siccome $TM = Mt$, così per li triangoli simili TAH , TDt , $Dt = aAM$, $AP =$

Fig. 37. $FB, DO = t = AM = PM$ eguale in conseguenza ad MB . Per li triangoli simili tMB, CPB , sarà $MB: t = FB: CP$, e sostituen-
do $MP: t = MN: CP$ ma $MP = PM$, dun-
que $MN: CP = t: t$ se il conjugato fosse
al centro, la dimostrazione sarebbe la stessa.

38. Il parallelogrammo delli due diametri
è sempre eguale al rettangolo delli due assi.
Se nel rettangolo cresce la base, e con la stessa
proporzione si diminuisce l'altezza, l'egua-
glianza non si altera. La base MN , AB pro-
lungata in P , dà l'altezza OP ; prolungato
il lato ON in Q , ed innalzata la perpendico-
lare MQ per li triangoli simili MNQ, ONP ,
avremo $MN: ON = MQ: OP$. Un parallelogram-
mo rettangolo si può sempre costruire, e si
supponera costruito eguale ad uno di questi di-
versi parallelogrammi, tutti eguali tra di lo-
ro, e che terminano gli angoli sopra le stes-
se diagonali DB, CA , dunque tutti li lati
del rettangolo sono intersecati a distanze egua-
li, (1) da questa intersezione tirata EK, SH
siccome $CH = DS, DE = AK$, l'angolo $SRE =$
 90° , dunque EK, SH sono eguali all'asse me-
giore, e minore, che formavano un parallelo-
grammo rettangolo.

39. Dati due assi di una Iperbola, trovare
i diametri, che facciano tra loro un dato an-
golo P , l'angolo PAE è cognito, l'angolo
 CEF è dato, dunque si deduce l'angolo $RFE =$
 $180^\circ - CEF$, (1) $AFE = \frac{1}{2} RFE$, dunque nel
triangolo CEF sono cogniti gli angoli F, E ,

stabilito un lato a piacere si trovano tutti gli altri (18), se la base di questo triangolo, moltiplicata per l'altezza, dà una superficie eguale all'area minore per il maggiore, la supposizione è vera, se vi fosse errore, le regole di falsa posizione mostrerebbe la verità.

94. Dati due diametri, e l'angolo, trovare li due assi. Essendo cognito il lato CE , EP , e l'angolo CEP , si trova il lato CP ; essendo cognito il lato PE , $EP=CP$, l'angolo $RFE=180-CEP$, si trova il lato RE , e l'angolo REP , l'angolo UPE è cognito (18); nel triangolo dunque AEP è cognito l'angolo PE , dunque appartiene l'angolo PAE (1), sopra di questo si forma un rettangolo SNM , che abbia la superficie eguale a quella del triangolo CEP , se vi fosse errore con le regole di falsa posizione, si trova la verità.

95. Prima di passare alla rettificazione di altre curve, sarà ottimo accennare il metodo di risolvere in angoli rettilinei gli angoli sferici, e così portare ad una maggiore speditezza, ed estensione la Trigonometria sferica, che secondo il solito si appoggiava alle tavole dei logaritmi. Dato l'angolo curvilineo BAC , si tirino le corde AB , AC ; indi rettificate la curva ASB , si risolve come Senibile (9) in un'angolo ADB ; fatto il medesimo nella parte opposta AFC , l'angolo DAP è eguale all'angolo curvilineo BAC . Le linee AD , AP hanno in A due punti comuni con la curva, li quali sono sufficienti a determinare, e

59
sempre mantengono l'angolo A. Nel misura-
re la superficie curvilinea, si sono già esposti
quelle cautele, che si devono avere, e sono
necessarie (21) ad allontanare qualche errore.

Fine della Seconda Parte.

PARTE TERZA

DI ALCUNE ALTRE CURVE.

Fig. 41. **96.** Se da un punto preso fuori di una retta GH si conducono le linee BQM , $BA D$ ec. tali, che le parti QM , AD siano sempre eguali, la curva NDM , che passa per l'astro-
nità di quelle linee, si chiama *Concoide*, e precisamente *Concoide di Nicomedeo*. Il punto B è il polo, la linea GH si dice *direttrice*. Preso sotto GH le parti eguali Qm , Ad , la curva $m d m'$ è la *concoide inferiore*. Per la parte inferiore di una stessa *concoide* calando dal punto M la perpendicolare FM , avremo $MP:PQ=QA:AB$.

97. Siegue dalla sua costruzione, che Dd normale a GH , ne misura la massima larghezza. Se $BA > dA$ la sua curva sarà, quale si vede N° I; se $BA < dA$ avrà un nodo $bndr$, e allora dicasi *Concoide annodata* N° II. Se $BA = dA$ il nodo svanisce, e resta un punto di regresso B . N° III.

98. Un circolo, che cammini sulla direttrice HG , e nell'istesso tempo si rivolga intorno al suo centro, ed una riga ECM sia mobile sopra B , descrive esso con un moto continuato la *concoide*, delineata dal punto M la *concoide inferiore*, sarà maggiore, o minore

Fig. 2. seconda del raggio CS , che si prende sopra CB . Si deve conoscere il polo B , la posizione della direttrice GH , l'origine della curva M , per rilevare la dimensione della medesima. Con questo mezzo si sa l'angolo MBD , $MC=DO$, dunque la perpendicolare dC darà l'angolo $MCd=MBD$, il punto N nel momento, che il centro C trascorre CD , eseguisce una rivoluzione Md , dunque dal moto di due linee è prodotta la curva, dalla retta CD , e dall'arco Md , ma l'arco Md può essere rettificato (18), dunque due rette conosco, che producono la conoide: la diagonale è sempre la risultante di due diversi moti (1). Unito ad angolo retto Md , e CD tirando ivi una diagonale, essa è eguale alla metà della conoide; siccome ogni punto della periferia è sempre unito ad angolo retto con il centro, così ogni punto della conoide veniva generato dall'unione ad angolo retto di due punti, uno dei quali si considerava sulla periferia, l'altro nel centro. La conoide inferiore è generata dal punto S , il quale riceve la stessa rivoluzione dell'arco Md , il moto retto è eguale ad SN , dunque la diagonale del rettangolo, in cui un lato sia l'arco Md rettificato, e l'altro SN darà la dimensione della conoide inferiore. Se CS fosse maggiore di MC , allora si prenderebbe l'arco, che mostra quel raggio, rilevando sempre li gradi dell'arco Md . Il roto è generato dal punto B ; se considero, che la linea CB scorra coll'

estremità opposta C sulla linea CD, esce l'altra estremoità successivamente da B fino che $PD=CB$; se fosse fisso il punto B, l'estremoità C partirebbe successivamente, e regolarmente nell'istesso modo dalla linea CD, e si avrebbe $Bh=CB$, $QB=RU$ ec., e descriverebbe la curva circolare Ch, ma la curva circolare è prodotta, ed eguale alla diagonale tirata in un parallelogrammo, di cui un lato sia CD, l'altro CL, o sia la corda dell'arco $\frac{Ch}{2}$ (15); ma nel punto B, CD eguale zero, dunque la metà del nodo è eguale a CL, o sia alla corda dell'arco $\frac{Ch}{2}$.

99. Possono formarsi infinite conoidi differenti sostituendo al circolo una curva qualunque, e al centro di quello un punto fisso preso sull'asse di essa.

100. Il numero delle ordinate alla conoide $MdOK$ è eguale a quelle che sono nel circolo MdC , oltre la differenza, che soffrono nel circolo ricevono un'aggiunta con il nodo di sinistra a destra, la di cui somma si vede dal triangolo $dOC=COD$; fatta la proporzione l'ascissa massima della conoide OK, all'ascissa massima del circolo $MC=OD$, come un'altra ascissa $o f$ della conoide, ad x , si conosce l'ascissa del circolo, da cui si deduce la metà dell'ordinata; per dare a quella l'aggiunta, nel triangolo COD si fa la proporzione $OD:CD=X:Y$, e siccome il valore di X

Fig. si è trovato, così si conosce Y , che sommato con la metà dell'ascissa del circolo, si rileva la metà dell'ordinata della conoide, corrispondente all'ascissa data o f .

101. Descritto un circolo ANB , sul diametro AB innalzata la tangente QB , a varj punti di essa tirando le rette AQ, AD, AE , se si prende $QM=AN, AP=DS$ ec., la curva MSA così determinata si dice *Cissoide*, e più precisamente *Cissoide di Diocle*, QB si chiama *asintoto*, perchè prolungato all'infinito si avvicina alla curva senza poterla toccare.

102. La linea AU è *Fascia*; UM l'ordinata. Nella *Cissoide* le ordinate sono alle loro ascisse, come le perpendicolari calate dalli punti N, P alle ascisse prese dal vertice A . Fatto MD parallelo ad AB , sarà il triangolo $MQD=ANG$, dunque $AU:UM=AG:GN$, similmente $Ai:is=Ah:hP$.

103. La *Cissoide* è generata dalle linee AM, AQ, AS, AB trasportate in D, C, U, B .

44. Descritto un circolo con AB , si conosce $AM=AB-MO, AQ=AB-QP$; fatto dunque $LD=FC=RU=AB$ sarebbe $AM=AO=NO=LD=MO, AQ=AP=QP=FC=QP, AS=AU=SI=RU=SI$, ma essendo il punto M origine della *cissoide*, $AM=MD$, e perchè $AO=LD$, sarà sempre $LM=NO$, ma le sottrazioni, che si devono fare alle linee AB, RU, FC, LD sono incluse nel triangolo mistilineo MOB , dunque trasportato MO in LM , il punto B in A , la

Fig. curva circolare OB prende la forma, e diviene cissoide, e misurando BO si ha la dimensione della cissoide desiderata; la diversa configurazione non altera l'egualianza: Una retta può essere eguale ad una curva, dunque due curve di diverso genere possono essere eguali tra di loro (1)

La conoide, e la cissoide furono impiegate a duplicare il cubo, problema celebre tra gli antichi Geometri.

164. La *Logaritmica* è quella curva formata con l'elevazione di diverse linee sulla retta HG, le quali siano tra di loro in progressione geometrica, e le ascisse in progressione aritmetica. Fatto l'ultimo termine della progressione aritmetica $MG = uv$, il numero dei termini $GH = n$, il comune esponente $= m$, il primo termine $1 = a$, avremo lo spazio $HGM =$
 $1 + \frac{uv m - a}{m - 1}$ (1) tirata la retta HM avremo un

rettangolo MGH, di cui la superficie è eguale $HG \cdot \frac{1}{2} MG = n \frac{1}{2} uv$ dunque lo spazio mistilineo $HGM = \frac{uv m - a}{m - 1} = n \frac{1}{2} uv = P$. Descrive una

curva circolare, o di altra specie sopra la corda HM, e misuro lo spazio chiuso da questo segmento, se esso è eguale P, la curva sarà simile alla logaritmica, se lo spazio fosse maggiore, o minore con la regola di falsa posizione, senza alterare HM si troverà la vera curva, che include lo spazio P. Una retta è eguale ad una curva, dunque due curve di

Fig. diversi genere possono esser tra loro eguali.

105. Dato un punto D , si cerca la sua tangente, fatto $DH=DM$, ed uniti questi due punti con una linea HM , si segui un' isocot-
46. le HBM eguale alla curva, la linea BU perpendicolare in U , sia anche in B perpendicolare a Tt , sarà sempre una parallela della tangente che si desidera. Le parallele ad HM molte sono secanti della curva, dunque una sola può toccare il punto D , che si trova nella maggior elevazione della curva (1), ma Tt è parallela ad HM , dunque l'angolo $tTG=MHG$ determina l'angolo della tangente sull' ascissa. L'angolo $TBR=90^\circ - BTR$ indica l'angolo della tangente sull' ordinata BR , siccome HG , o è costante, o a quello parallelo, così la sottangente della logaritmica è costante, in conseguenza determina il modulo, o sia la gradenza della progressione geometrica sull'ordinata, ed in generale le ascisse delle stesse ordinate in due diverse logaritmiche, sono come le sottangenti, cioè i logaritmi degli stessi numeri in differenti sistemi, sono tra loro come i moduli.

106. Se un circolo gira sopra una retta
47. Aa fino che il punto, che toccava sul principio questa retta in A lo tocchi un' altra volta in a ; questo punto descriverà una Cicloide, o Trocoida. Ella è cicloide ordinaria, quando il circolo generatore non ha altro moto, che quello della sua rivoluzione. Se ha di più un moto di traslazione nel medesimo sen-

106. il punto A descrive una cicloide ancoraggata, se questo moto è in senso contrario, la cicloide è allungata. Nella ordinaria la base eguaglia la circonferenza.

107. Per rettificare la cicloide è necessario conoscere la sua produzione. Descritta con il circolo AB la cicloide, lo riporta in A, ed ivi osserva, che la periferia A QBE rimane fuori, e con il moto entrando nella curva, genera la metà della cicloide. L'arco $AE = 90^\circ$ perchè il punto E si trova in contatto di due circoli eguali AB=CO, (1) e sia del circolo generatore, che ha mutata posizione, dunque la metà della cicloide è generata dalla periferia A Q+QB+BE, dunque la curva cicloidale contiene una periferia, e mezza del circolo generatore.

108. In qualunque punto della curva unito il diametro OC all'intersezione E con una corda EC, e su questaalzata una perpendicolare, sarà con la tangente del circolo in E, prolungata incontra il circolo O (1), ma $OC = MN$, e dicono le corde minori di MN sono nella cicloide, e nel circolo parallelo ad OC=MN; essendo la massima ordinata della cicloide MN, il punto O, che tocca la tangente in O, non la può toccare in M, perchè il punto O è fuori della cicloide. Le altre ordinate della cicloide corrispondono alle corde del circolo, ma le corde del circolo terminano nella periferia, e li punti della periferia con la rivoluzione seguano la cicloide, dunque

Fig. Ii punti EB si allontanano con la rivoluzione da E , nè possono seguire la direzione EO , perchè il moto rettilineo si oppone al circolare; la parte inferiore AE riceve la stessa dimostrazione.

109. La linea AC è eguale all'arco EC (106), l'angolo $ECA = 90^\circ = EC$, dunque sulla

linea AD , eguale alla periferia del circolo genitore, si potrà indicare a qualunque punto la tangente, la sua distanza, la direzione, e l'inclinazione (18. 106).

110. Se il punto, che descrive la cicloide si prende dentro, o fuori del circolo, la cicloide sarà del genere di quella già detta, o accorciata, o allungata, il raggio del circolo genitore è la distanza del punto preso dal centro. Se poi il circolo girasse sulla circonferenza di un altro circolo, la curva descritta da uno de' suoi punti sarebbe del genere di quelle, che chiamasi *Episicoidi*. La curva in questo caso valisce una figura diversa, ma il perimetro è il medesimo delle ordinarie.

111. Siccome la base della cicloide è eguale alla periferia del circolo genitore, ed un segmento di quella curva è proporzionale al segmento della base.

112. La spirale di Archimede si chiama la curva $CKMA$ descritta da un punto C , che si muove uniformemente lungo il raggio CA , mentre il raggio stesso si muove intorno al centro C , da maniera che, quando il raggio ha

Fig. percorre la circonferenza intiera, questo punto si trovi confuso con A, e così ripeterendosi continuamente, la spirale può giungere all'infinito.

113. La lunghezza della spirale al tempo di Archimede era incognita, e fin d'allora fu collocata among il solito tra' problemi impossibili. Con li metodi già premessi si rende ora facile la soluzione. Rettificato il circolo BE, e formato un rettangolo con il medesimo, e l'estensione della evoluta BD, la diagonale, o l'ipotesusa AD, corrisponde alla estensione della spirale. Se la spirale non si conducesse in CD, ma eseguisse la sua rivoluzione nel punto B, si avrebbe un circolo del diametro BE, e necessaria dunque una diagonale per giungere in D, la quale continuamente allontanandosi da BE si rivolga intorno al cilindro. N. II. Piegato questo rettangolo ADH sopra il cilindro, si rinvia, e produce l'evoluta. Se fosse incognita la periferia HD, e fatta = X si può determinare con la spirale (10).

114. Il metodo per condurre la tangente alla spirale è quello stesso, che si prescrive al circolo. Se questa tangente non si volesse perpendicolare, ma che toccasse la spirale nella sua inclinazione, sarà necessario, che abbia il medesimo taglio della spirale, ed avendo lo stesso angolo, non può mai intersegarla (1). Dal punto del contatto T prolungata la tangente sino che incontra una perpendicolare BE innalzata al termine della evoluta, e

Fig. dal punto del contatto segnata una parallela alla base, sarà TP la tangente.

115. *La Spirale Parabolica*. Presa sopra un raggio CN una media proporzionale CM tra l'arco KN , ed una data P , la curva, che passerà per li punti M continuamente così determinati si chiama *Spirale Parabolica*, perchè può fare un'infinità di rivoluzioni intorno al centro. Rettificata la periferia descritta dal raggio CN , ed unita alla linea data P , che suppongo GP , descrivo su quel diametro un circolo, l'ordinata GS , innalzata nel punto G è la massima media proporzionale, cambiato il centro, ed il raggio, si descrivono infiniti circoli, li quali abbiano sempre come il punto P , le ordinate GA , GO sono sempre medie proporzionali, ma $GA = QR$, $GO = MN$, dunque la curva, che si può tirare sopra l'estremità delle ordinate è eguale ad SQ , ed avendo più, o meno curvatura (9) non si altera la sua dimensione, ma intanto dunque SQ si conosce l'estensione della spirale parabolica.
116. *Spirale Iperbolica*. Supposto, che dal punto C preso per centro sulla indefinita CP , si descrivano degli archi AG , QM , PD eguali in lunghezza, e per ottenere ciò possono fare qualunque giro, per le loro estremità GMD fatta passare una linea, si dice *Spirale Iperbolica*. Lo spazio, o superficie $PDCG$ è composto da linee tutte eguali, il di cui numero è piovisto dalla linea CP . La curva

- Fig. $PD = QM = AG = EI = HL$. Il numero de' gradi in QM è eguale a quello, che include NP , il numero in $AG = PO$, $EI = PR$; dunque $QM : PN = PD : PN$, $AG : PO = PD : PO$, ma la grandezza de' gradi in QM sono a quelli posti in PD , come li raggi, dunque $PD : PN = CQ : CP$, $PD : PO = AC : CP$, $PD : PR = CE : CP$,
 53. ma li raggi differiscono, e qui possono differir in proporzione aritmetica, dunque $CD : CM = CG : CI$. Ogni termine della progressione aritmetica sottratto da una quantità costante, dà nel residuo una proporzione aritmetica eguale al sottrattato. Descritto un arco col raggio CP avremo $CS = CL = LS$, $CR = CI = IR$, $CO = CG = GO$, $CN = CM = MN$, e i D, MN, GO, IR, LS una progressione aritmetica, tolta da tutti li raggi la quantità eguale, che segna l'arco HL , la proporzione non si cambia, dunque $DU = LS$ sono gli ultimi termini, delle due proporzioni aritmetiche eguali. Lo spazio dunque $DVLS$ è diviso in due parti eguali dalla logarithmica iperbolica. Rettificato l'arco POS , e PL , e cozzato lo spazio UPL , ma lo spazio $UDL = LDS$, $UD = LS$, $DMIL$ è un lato comune $UL < DS$, dunque questa diagonale $DMIL$ deve esser sempre una curva. Supposto lo spazio $UDLS = 10$, avremo $UDL = 3$, essendo rettificato UL , dal punto D in L segno una curva circolare; misurato lo spazio che include la curva, e le due rette, vedo se eguale 3, trovato un errore la decimale si di-

Fig. minuire il raggio, se sono in aumento al se-
 cesso, così allontanato nel secondo, il cen-
 tro, resta invariata la curva, nel primo si
 avvicina il centro, ed ecco prolungata la cur-
 va, ed in conseguenza anche lo spazio inclu-
 so: quando la linea soddisfa al problema, anche
 le rette LS, DS si pongono nella parte con-
 vessa, e si trova lo spazio $DLS = S = UDL$,
 misurata la curva istessa, e che risolve le con-
 dizioni proposte, essa è eguale alla spirale iper-
 bolica ricercata.

117. Segnata BU parallela a CP giannai
 52. incontra la curva, quantunque a quella si ac-
 costi, perchè le distanze PD, MQ differisco-
 no in proporzione aritmetica, e come li raggi.

118. Tirata una tangente ad un qualunque
 punto della curva, e dal suo contatto trasme-
 sa al centro C una linea CQ , e se questa in-
 nalzata una perpendicolare CS , prolungando-
 la sino che incontra la tangente, sarà questa
 linea la sotttangente. Fatto $CB = PD$ (18),
 qualunque tangente non può cadere fuori del
 punto $B(1)$, descritto dunque un circolo con
 il raggio CB , sulla periferia di questo circo-
 lo tracciam P estremità di ogni tangente, e qui
 ricevono la sotttangente. L'angolo $BCP = 90^\circ$,
 la tangente non oltrepassa lo spazio CB , se-
 gnata dunque una tangente in D , l'angolo
 $BCH = X = DCL$, dunque la sotttangente
 è sempre eguale al raggio, ed in conseguenza
 sempre costante.

119. La spirale Logarithmica. La curva,

- Fig. che sotto uno stesso angolo taglia tutti i raggi CM condotti dal suo centro C , così ch'è la tangente MT fa sempre un angolo stesso con il raggio CM , si chiama *Spirale logaritmica*. Descritto un circolo con il raggio CM , quando M sarebbe giunto in O , allora anche il raggio MC si è diminuito, ed è divenuto NC , per cui è nata la spirale MN ; rettificato dunque l'arco OM , ed auto ad angolo retto con la linea ON , la diagonale è sempre eguale alla spirale logaritmica MN . Ogni punto della periferia è unito ad angolo retto con il raggio, ma dalla unione, e moto di ambedue si forma la curva, dunque è eguale alla diagonale del proposto rettangolo. Le quantità sono sempre eguali, se eguali sono le cause, che le producono; possono avere diversa figura senza detrimento dell'eguaglianza, come nel nostro caso.

120. *La quadratrice di Dinostrato*. Suppongo la retta AG tangente in A , mossa uniformemente, e parallelamente a se stessa lungo il diametro Aa , mentre il raggio AC gira uniformemente intorno al centro C verso il punto E , in modo che AG , ed AC si confondano con CE nel momento stesso. L'intersezione continua di queste due linee dà le curve AMD chiamata *Quadratrice*, dalla di cui descrizione segue; che uno spazio qualunque AP , percorso dalla retta AG , sta all'arco circolare AB , descritto nel tempo stesso dalla estremità del raggio, come un'altro spazio AG

partenza da questa retta, all'arco corrispondente ABE , descritto dal raggio. Se si conoscessero la base della quadratrice si avrebbe subito la quadratura del circolo, da qui è venuto il nome della curva, e la sua origine. Quando riuscisse di descriverla geometricamente, si avrebbero subito gli angoli di un dato numero di gradi. Dimostrato l'intento per conoscere la quadratura del circolo, che essendo già rettificato con li metodi esposti, darà al circolo la misura della nuova curva. Se il raggio da lui collocato al centro lo avesse posto all'estremità del diametro, avrebbe ottenuto l'intento, come da me si è già dimostrato con due moti uno parallelo, l'altro obliquo.



Questa scoperta tentò la Grecia, desiderosa li nostri antenati, ricercò l'Italia. E dunque un cattivo silegismo supporre impossibile ciò che non si conosce, ed un'effetto dell'ambizione, e dell'amor proprio disprezzare, e credere inutili gli altrui sforzi, dove non vagliono, o non si sanno impiegare le proprie forze, e li propri talenti.

Qui. Ho accennata la maniera di operare con il circolo rettificato, e perchè si gittassero i suoi vantaggi a quelle parti mi sono inteso, che introducevasi a diversi usi. Analizzare ogni minuta cosa, sembrava offendere

il talento dei Leggitori. Se alle dimostrazioni ho dato un'aspetto nuovo, conosceranno essi, che io ho contemplato le curve, e per quanto è stato possibile non ho detto come altri dissero = *Am te divenire Filosofo, dice il de, Lande, leggi poco, e pensa molto* = Pittagora ben conosceva la vanità delle scienze, e per questo non usò in Italia, ed in Grecia altro vocabolo, che di *Filosofo*: prima di lui chi aveva una perfetta cognizione delle cose naturali, ed era sapiente, si chiamava *Mago*, vocabolo comune agli Arabi, Persiani, Siri, Etiopi, Caldei, ed in Ebraico significa uomo che medita, e speculatore; da ciò ebbe forse origine quel proverbio tra i Greci *meditandi, vel sapientes sunt, vel fiunt*. Ben ponderati i principi ciurmano da se faciliamente dedurre molti corollari. Non si acquista uno spirito matematico con la memoria, ma con l'esercizio della immaginazione, *meditatio enim est clavus sapientiae*, dice Tolomaeo nel Proemio del suo *Almagesto*. A Voi dunque consegno questo piccolo lavoro, quanto esso è comodo per correre speditamente il vasto campo delle Matematiche, sarebbe altrettanto nocivo, se toglieste il travaglio per la ricerca, lo spirito dell'invenzione, l'applicazione, e la fatica nelle scoperte. Le proprie fatiche messe continuamente alle prove divengono più robuste, e li sudori giovano non solo all'avanzamento degli studi, ma distrug-

gano negli uomini quelle passioni, che sono i maggiori suoi nemici, e delle scienze meditatio carnis afflicta est diceva Salomone ne suoi proverbi. 12: 12. Questi sono li miei voti, e tale sia la premura, di chi desidera esser sempre felice.

Fine della Terza Parte.

Yalla, et apprehendit pro Mauris, et Reversus.
Dum Episcopo Folgiata
Silester Prior Sedi Recl. Dep.

IMPRIMATUR

P. Fr. Petrus Dominicus Ferrando Lect., Presb. Gen.
et Pro-Vicarius S. Offic.

PARTE QUARTA.

DISSERTAZIONE SUL MODO DI NAVIGARE SOTT' ACQUA LEGITATA LI 12 GENNAJO 1817.



*Descendunt Mare in Neubar, fidentes operationem in aquis
maris.*

*Ipsi viderunt opera Domini, & mirabilia ejus in profundo;
Psal. 105. ult. vsq.*

*Profunde quaque foverunt secretus est; & ascendit in se-
cum producit. Job. ult. ult.*

SCONO con, ed insolita arà forse a voi sembrare, sapientissimi Concittadini, Giovenni studiosi, che la prima parte di questa Operetta, quasi fuggita dalle mie mani, correte già fra quelle dei Lascetti due anni innanzi, che alla luce mettessi l'incaro Libero. Era questo già compiuto, ma temeva di presentarsi al Pubblico, se prima all'Autore non fosse noto, quali incontri avesse quella scritti. Trascorso non molto tempo, me ne giunser le nuove; e a dir vero io mi sentii tocco da segreta compiacenza, in risapendo dal Rettore Eremmo Monteghe, che giunta alla Università di Groninga fu collocata nella pubblica Biblioteca (a). Che pareri i Fiorenti, que' dotti Spagnuoli non la riputarono indegna delle loro profonde considerazioni; onde il Dottor Michele Guez, Segretario dell'Università di Caraca, ne formò il soggetto di una ben lunga, e compitissima lettera (b); che ponente in Caraca il Rettore di quella Università Conte Sebastiano Semkovicelli le esordì di un

(a) *Opus tuum cui titulus est Novero amare sulla rinfessione del Circolo aspariano anepi, di Bibliotheca Universitaria eorum litali, An. An. Groninga de anno Augusti mccccv.*

(b) *Exa Univ. Lascettaria ha renduto con la debita estimazione y aprecio la primera parte del nuevo tratado supa una rinfessione del Circolo que V. S. ha enviado An. An. Caraca de Noviembre 1614.*

giudizio superiore alla tentatà de' miei calcoli (c). Trov-
 reggio da questo testimonianza, che per se stesso lu-
 strogano, aver voluto produrla subito; ma frenato dal
 desiderio di altri Letterati, che richiedevano maggiori
 schiarimenti, ho sentito impiegare il travaglio di altri
 due anni per renderla più semplice, più chiara, e più
 corretta. Completo finalmente come il lavoro, come lo me-
 glio poteva, ecco viene alla pubblica luce, e mi sento
 ansare in petto con certa dolce lusinga, che di buon
 grado la Repubblica Letteraria lo accoglie, per quindi
 trasmetterlo alla Marina, alla Cosmografia, agli Astro-
 nomi, ai Matematici, e dove la pubblica utilità lo ri-
 chiede. Essi lo più debitor al Pubblico di una Dis-
 sertazione sul modo di navigare sot'acqua, e doveva
 seguire le tre parti promesse. Vengo ad adempiere og-
 gi un tal obbligo, e se l'anno 1800 manifestò in An-
 cona al Feld Marsciallo Frisch una sola parte delle
 mie idee su questa invenzione, il contagio delle nostre
 arti, e de' nostri studi preterire, che nulla a voi oc-
 culti, e tanto più volentieri ora vi manifesti quello, che
 hanno potuto produrre le mie lunghe meditazioni, quan-
 to più è stato in me sensibile il dispiacere, che dopo
 le prime esperienze fatte a Boven (d), Londra, e Pie-

(c) Il Trattato di V. S. Billa sulla vera rettificazione del Cir-
 colo, abbiamo ricevuto, il quale provando la di lei
 esattezza, & perfetta scienza dei calcoli Matematici, gli
 assicura de Noi, et dei nostri Professori, la vera stima
 et considerazione. Ginevra il dì Settembre 1789.

(d) Avanti la Commissione della Marina in Ancona proposi
 l'Autore, che recando alla Barca non lunga pelà vuota,
 e vuota, legando all' altra estremità un indotto di legno,
 e per non farla conoscere, di vetro, poteva galleggiando
 questa, mentre la Barca era sot'acqua, portarsi nella
 Medetina, e l'aria, e la luce; nottando scappato a Bag

S

trovergo questo mio ritrovato dal qual meno io dimandasse, nè alcun ingegno migliore abbia voluto sudare per attivarlo. E' questa l'infelice sorte di certi ritrovati, che addebolito quell'entusiasmo, con cui nel loro nascere si accolgono, presto poi si disprezzano, e si smarriscono, ossia perchè l'invidia rimanga di colmare l'altrui mente, per non perdere troppa gloria all'Autore, ossia perchè l'invidia si spaventi di sorvegliare dove altri non può giungere, ossia perchè l'altrui ambizione sempre disprezzi quello che non è proprio; io credo sent'altro indugio dovermi accingere a svelare la mia nuova idrea navigazione. Se male mi appongo, e ciò, voi ne sarete i Giudici imparziali. Qualunque poi sarà l'efito, mi recerà sempre a gloria aver voluto giovare a miei simili; nulla omettendo ad altri vantaggi avere aggiunti del nome alla nazionale industria; e senza esagerando la nuova invenzione con sìocrità, ed esultanza, avere espresso in questi fogli il carattere di un Italiano.

Qualunque Barca può camminare sott'acqua: qualunque pezzo di artiglieria vi può agire senza perdita della forza nella polvere da cannone; qualunque tempo può alla stiva nascosta, ed inosservata senza disturbo dell'altra respirazione; qualunque uomo può entrarvi, e sortirvi con i suoi effetti, e tutte quelle osservazioni eseguite nel fondo del mare, che vogliono praticarsi in tutta calma. E' utile al passaggio del Polo, e dell'Equatore, utile alla raccolta del Corallo, delle Perle, dell'Ambra, e delle Mani, che vanno a fondo. Utile alla Pesca, ed alla Storia Naturale. Utile alla ricerca

non della Scienza, ma dell'Azzardo creduto imperfetta, perchè se la sostituite altro migliore.

spedite delle dottrine. Utile alle Osservazioni Astronomiche. E' abile qualunque Artista a costruirle. Ogni Filosofo vi sostiene la navigazione; la spesa non sponde quella delle altre arti, ed allora non sarà questa una di quelle invenzioni o difficili ad eseguirsi, o inutili alla Società, dove fanno solo pompa d'ingegno. Ma tale, e voi ben conoscete, che da tutti potendosi mettere in pratica, tutti ne raccoglieranno un vero, e sicuro profitto.

E' questo lo schietto del mio risentimento; tocca ora alla Fisica di vestirlo, e dalle sue nuove scoperte illuminato, si renderà per tutti comodo, animato, e piacevole. Voi antichi, e moderni Filosofi date testimonianza agli miei punti, che le sole vie coloravano delle vostre indefinite viglie, del vostro profondo ingegno concoscienze, e disordine. Parlo ad uomini in tali scienze viziati, parlo ad uomini, che volentieri ne s'accorgono a ragione, parlo a voi miei Contraddittori, che dalla vostra presenza mi osate, e voi col vostro favore mi ajutate ad isolare questa massa fabbrica, di cui io sono Architetto.

Se la gravità specifica di un corpo è eguale alla gravità specifica di un volume di acqua, il corpo rimane immobile in qualunque luogo venga collocato; se la gravità se ne accresce, esso discende a fondo, diminuita, questo, quello galleggia. Da ciò deduco, che dilatato o ristretto il volume ad un Barco, facilmente passa dal fondo del mare alla superficie. Quando si veleggia sopra le acque egli è ben facile distinguere il volume. Così un uomo, che si cianga intorno il legno sughero, non si affonda; tocca che se ne spoglia, il volume si diminuisce, e produce l'immersione. Ad un Barco carico di

peso, il di cui volume superi il peso dell'acqua sotto lo stesso volume, se lo si tagliano intorno grosse travi, ella allora galleggia. Si tagliano le fasci, da cui sono attaccati alla Barca que' legni, il volume subito si diminuisce, e la Barca con moto accelerato cala a fondo. Questa discesa così violenta potrebbe portare la cassa rotta del Battello; sarebbe dunque d'uopo ricorrere ad accorciare il volume, per risalire non solo alla superficie, ma per diminuire regolarmente l'atto della caduta, quanto sia prossimo un pericolo. Tutti però senza la forza, e prontezza dei dadi; quella dell'aria fu già calcolata dal Sig. Torricelli; e sperimentata in Londa sopra due drinfelz vuoti d'aria, che a discenderli non valse la forza di quattro cavalli. Questa medesima prontezza fu lui veduta, e provata nell'acqua, e tutte le mie esperienze non m'hanno suggerito alcun mezzo per vincerla. Fu allora che legai alla Barca de' sacchi di pelle pieni di legno, e vidi, che quando questo si ritirava dentro la Barca, siccome veniva e diminuiva il di lei volume, essa s'immergeva nell'acqua. Questa esperienza allora volle parer tutta la sua prudenza, sian corpo e strabao poteva regnare ad introdursi entro i sacchi. Tentai di risalirli con piccole, e grandi palle di piombo, ma tutto fu inutile. Mi nacque la lusinga, che potessi ottenere l'intento col mezzo di alcune viti, che scissero fuori della Barca, ed essentiero nel mare, colla quale operazione accorciato il volume, e sortito un piccolo peso dall'interio del battello era da sperarsi, che questo solletico ricomparisse sulla onde del mare.

Sebbene questo primo semplicissimo Meccanismo soddisfaceva all'intento, però si ha degli altri mezzi molti, che conducono anche meglio al suo proposito.

Varcino le invenzioni, e le maniere di eseguirle, come appunto vedeano gl'ingegni, ed in questi, ed in quelli risplendo pure la gloria del Signore, che spicca nella miriade varietà di tutte le opere sue. Ecco Egli un color verde steso sulla terra, e nella infinita diversità dell'erbe sempre la quaglia. Nascono bellissimi fiori, e nell'edare non si conformano. Conosce l'agricoltore i frutti, e la biade del lor sapere, mentre gli occhi ne contemplano la diversa figura. Se la modulazione, e la piuma caratterizza le varie specie degli uccelli, l'infusione della voce, e la faccenda non è mai la medesima in tanti milioni di uomini. Tutto è grande, e mirabile su questa terra, perchè Voi, o Signore, ne sare il Creatore, ed il Sovrano! Così alla mente del pensatore Filosofo per ottenere un solo intento molti mezzi si affollano, e fanno sopra mille strade, che al suo intento fine conducono, ne prova ogni genere contento, e piacer. Dal veder dunque, che l'accrescimento del volume alterava l'equilibrio tra l'acqua, ed il Batello condannato a giacimento nell'incerto delle onde, mi si parò avanti l'altro mezzo di far sì, che quello conservando il medesimo volume potesse scendere nel peso, che avrei aumentato. Lo aumentai, e tosto discesi, abbandonando il peto, e subito ricomparsa galleggiante in mezzo dell'Oceano la mia Barca. Ma le onde sono troppo largi fuggite dalla mia vista, e per eleggere un'altra diaccia, non ho dove prendere un altro carico, lo potrei con lunghe fatiche unirvi ai primi grossi pesi, che già lasciati nel fondo, ma quest'ajuto troppo ritardava il corso della Barca, quantunque tal modo la potessero seguire, come sogliono fare le bocche, o raste di metallo. Si schiò allora innanzi a miei occhi un'infinito numero di po-

colà, e ponendo mano alla loro maniera di calare a fondo, e risalire in alto, mi divennero maestri, e condottieri nell'impresa. Osservò il Signore Rodi avere così una ventosa d'aria da lui chiamata *Nassarojo*, la quale costringe, e dilata a piacere gli fa scendere più, o meno d'acqua, e per opera di questa ventosa avviene ch' essi scendano, o risaliscano più, o meno veloci alla superficie, come lor piace. Costituito dunque un naviglio di quella grandezza, e figura, che si credea più agevole al bisogno, nella Savona A si peggiano comacchini, ed altri posti occorrenti alla navigazione; il rimanente si divide in due corridoj. Nel primo B sono il cassero, i remi, gli uomini, la porta, le finestre, i seni, e l'argano per risovere la tomba. Nel secondo C entrerà a placimento l'acqua. Per la comunicazione del primo corridojo con la Savona si costruisce a Poppe il crumeno D. Un piede cubico di acqua del mare, secondo l'esperienza Paigiae, pesa libbre 73. Il volume della Balsa facilmente si misura, verificando la parte convessa, o cilindica della medesima. Il peso della Savona, degli uomini, del legno si sottrae da un volume di acqua eguale al naviglio. Quante libbre si trovano nella differenza, altrettanto di acqua devono sempre introdursi per la sua totale immersione. Si fa dunque a poppa una grossa chiave E, che aperta e placimento sorgerà una lastra, la quale in pochi momenti fa calar a fondo. Quando riesce facile la discesa, altrettanto è sollecito anche il ritorno alla superficie. Fatto a Pora un tramezzo, ed una Botte H, nella medesima si gittò, e con una valvola s'introduce l'acqua. Volge allora il Filoro un rochetto, e si alza uno scroscio, messo quello in senso contrario, questo si abbassa, perchè il rochetto pren-

de i dorsi, che sono nell'aria dello stanoffo. La pressione di esso chiude la valvola, e costringe l'acqua, che fuori della Barca è respirata. Il condotto F ha una chiave, ed una valvola, che si chiude terminata la pressione. Il fondo del tramezzo H è necessario, che sia più basso del corridojo, onde tutta l'acqua vi precipiti facilmente.

Nel momento, che si egualizzano queste operazioni dall'alto al basso, non dee trascararsi il moto orizzontale del flustello. La colonna di acqua rigettata dalla pressione dello stanoffo, con un condotto risorto alla bottezza nella prora, allora il naviglio-ch'è egualizzato nel flusto, corre velocemente, e così rimane preso la direzione stabile. Questa corrente, che viene a formarsi dall'arte, è già formata dalla natura alle falde delle Alpi, e degli Appennini, origine di rapidi fiumi. Questa compreso il vento, la producono dalle navi le Balene, e i soffiatori Cetacei, e con esse sconvolge le acque, le ritira nascondendo ai loro nemici, e sicure prendono la ritirata. Queste medesime correnti si vedono nel mezzo di laghi immensissimi, che l'ormeggiato sono di questa Rarità Tempo, le quali sono nel fondo, e trascorrono quantunque palme con rara meraviglia, alla superficie zampillano scosse forti. Or la pratica, e le diarne lezioni, che all'osservare somministrarono i pesci, m'insegnarono questo sommo uso le narutoje. Io presi a fare costruire con una lastra finissima, ed abbi l'avvertimento di spingerla avanti orizzontalmente, e che il filo del remo seguisse l'acqua, si voluero poi, e tutta la loro attenzione, e superficie premere il flusto, quando si voleva, che la Barca corresse. Come alla più agile rapidità contribuisce la figura lunga, quale è quella de' pesci, così utilissimo

è sempre in questi quel glutino, o materia viscosa, che li cinge, per digettare quando corrono la consistenza del fluido, e già la Marina, ad imitazione del Capacci, ha superato l'attrito della navigazione, calafatrando con il saro i suoi vascelli. Per la facile articolazione poi del Remo, o Timone s'inchiodano delle pelli alle diverse aperture, legando l'altra estremità al legno, che agita. Quella simulazione, che si è ritrovata nel stesso secolo di portare le arti alla maggiore eleganza, sparse i letterati ad entrare nelle officine, e preso il linguaggio del manuale, ed idiosì all'arte, ed alla esperienza ritornarono nelle lor cattedre. Forniti così di nuova luce, maestri divennero nei mestieri. Delle molte osservazioni fatte dal Cav. di S. Reali, e da altri, sulla perfoma concia delle pelli, per renderle impenetrabili all'acqua, io solo rammento quella di passarle sopra cilindri rotoli, e saturata di olio, di saro, di resina cianle sotto la trafil, o battoir, e colla punta rotonda lambire il fluido. Quando questo metodo non soddisfacea si può ricorrere all'altro, di obbligar l'aria con un condotto, o campana di legno, a formarsi tra l'acqua, e la pelle, come fra poco spiegherò parlando della porta d'ingresso.

Verrà forse un giorno, che la deficienza delle mie cognizioni, spingerà gli altri ingegni ad assistersi su questo Battello, ed a tentare con una forza centrifuga di calare a fondo. Questa forza è quella, che nelle anem della Stella divide le acque, e con moti vorticosi ingoja tutto ciò che s'incrosta. Questa medesima nel faror delle tempeste solleva le anem, e trasporta i quegli duri, e pesanti alla superficie. Questa anima i turbini e schiatar gli alberi, e portar poi in aria, come l'artiglieria le bombe trasporta in alto per farlo piovur

sulle piume. Voltano gli ugelli, e s'inolzano verso la nube con una linea più, o meno obliqua, perchè producon così la forza centrifuga colle lor ali; se le ali non hanno piuma, e sono ferme, l'ugello non si può sollevare; se perdono la forma, o si ripiegua in aria un momento, il corpo dell'animale subito diverge dalla linea increspata. Per questo l'azione delle ali, quando si precipitano da un'altezza è sempre diversa da quella, con cui si sollevano dalla terra. Questa forma forma il muscolo de' pesci facciali. Dista con una carta, o un velo sopra sottili stecche, che come l'appellano, tenendola legata ad un lughissimo filo, le comunicano correndo una velocità che la solleva da terra, e vanto le stelle si spiega. Dopo che l'uomo si sarà familiarizzato con un elemento, da cui ebbe origine, e dove passò, e viete nove mesi, conoscerà la via più facile per discendere; se nel fondo trova un'attazione per qualche corpo, che si posasse alla superficie, se mai qualche pesce avesse una forza, ed una docilità eguale a quella degli altri animali. La mente fervida dei nostri Poeti legò le colombe, e i cigoi al cocchio di Venere, le foche alla conchiglia di Nettuno. Conosco le vastità delle scienze, e debbo confessare, che quanto mie prime investigazioni possono esser sempre migliorate, ed accresciute. Chi ha calcolato le opere del Signore? Chi pose un termine a quella sapienza infinita? Tutti gli uomini per quanto sono grandi, ed illuminati, non potranno giungere a comprenderla, e niente regnerà sopra di quella sua fine. Ecco dopo il giro di tanti secoli si apre una nuova strada, dove può l'uomo liberamente trascorrere, e navigando *sub aequo*, tutti ivi gode quei comodi, e quelli vantaggi, che un giorno già raccolse

sulla superficie, e sulla terra; quanto già vi proponi in principio, e sono al momento di dimostrare.

Non fu il desiderio di conquista, o il trionfo di scopi navali quello, che mi rimosse a collocare nella Barca anche l'artiglieria. Si tratta di portare l'uomo al fondo del mare, e giù, quì, e là manovrato per un elemento sconosciuto, e deserto, dove egli non può non ricercare quegli comodi, quelle sicurezze, ed ajuti, che gli porgerrebbe la terra ferma. Assalito da Morti Marini, in faccia a minacciosi Balze, un colpo di artiglieria può liberarlo dai pericoli, e prodargli insieme la sua sicurezza. Un colpo d'artiglieria aprirà scogli, ed in quelle ampie caverne penetrando, andrà vagando con la sua Barca. Un simil colpo fu ucciso anche all'Architettura navale, per rimuovere con facilità quegli ostacoli, che giacciono nel fondo del porli, e dei fiumi, i quali dove la navigazione rallentano, o dove la sicurezza ne sbandiscono. Da un colpo finalizzato d'artiglieria si sarebbe ricevuto un sollecito segnale in terra ferma. Segnale, che se bene non sia oscuro, come accade nell'aria libera, ma risuona a modo di profonda ruggito, per tanto basta ad avvertire chi è fuori dell'acqua, giacchè tutti i suoni o di fumo, o di campagna, o di corde ivi producendosi giungono alle nostre orecchie svariati, e diversiti. Caricato il cannone, o l'obizzo si dirige come è in uso, e si appressa al condottore mobile M S. La palla nel primo uscire taglia il filo P, e facendo così cadere una lastra di metallo, porta via lo statello S, ed entra nel mare. L'acqua all'istante riempie il vano aperto; ma non potendo passare nella Barca, per l'ostacolo della lastra P, precipita nel cagno N; l'equilibrio tra questo, e la valvola Q nel mo-

meno si toglie, e l'equilibrio talor alza la valvola, e l'acqua da se stessa si chiude l'ingressa. Fatto allora più animoso l'Artigliere, solleva liberamente la prima lastra, prende la seconda con uno strascico, che lascia al luogo del primo; vuota il carino, unisce nuovamente il filo, e tutto dispone per un secondo colpo.

Vide, ed esaminò il Galilei, che la discesa dei corpi gravi succedeva sempre con moto accelerato, ed il passaggio per un fluido più, e meno denso, quelle sue leggi alterando non distruggeva. Per questa ragione dunque la palla del cannone, uscendo dall'acqua, la sua velocità perde, e diminuisce. Io però qui stando volevo tutti godere, e ritirare i suoi vascogli, senza commettere, e trascurare quelli, che mi dava la cura ferma. Esaminando l'esperienza del Signor Montanck, ogni grana di polvere accesa difende il suo volume come fosse un'isola in un mare, e ristretto il luogo dell'accensione, le pareti deboli facilmente crollano. Quanto più il fluido è denso, tanto più l'effetto, e la forza della palla, che lo trascorre si diminuisce, e mitiga. Idè il Dottore Francesco Baisi in Toscana, che uscito alla polvere un quattrino di cera viva, effetti maravigliosi verrebbe prodotti; ma neppur tutto questo giova all'intento; perchè quelli sarebbero stati sempre minori nell'acqua, dove si vuole una preparazione a lei propria, ed lei solo mettendo, ed lei solo usata, rende alla palla tutta la forza perduta, e che aveva nell'aria libera. Io veggio, che sull'artiglieria l'accensione della polvere perde una parte della sua forza al calico del cannone, producendone la scintilla, ed una parte nelle pareti con cui l'aria del fuoco s'impinge, ed il fuoco stesso si consuma, e dilata. Considero le mine, e vedo che da tut-

si i lei sorpeggia l'onore, l'arte, e lo scaramento. Getta uno sguardo sul popolo, e miro aperto, e rovesciato le porte, da tutto ciò concluso, che un declino della forza perviene la palla, e fuori del crano la spinge. La densità dell'aria, è alla densità dell'acqua, come 1: 30. Se dunque nell'aria segna la palla in un secondo v. g. 100 canne, e nell'acqua ne trascorrerà solo due. Rimanete tutta la forza della polvere contro la palla, la stessa carica, che in terra ferma la trasportava a cento canne, a cento canne ancor nell'acqua la farà giungere. La Teoria dei fluidi ha già dimostrato, che la loro pressione alle pareti è in ragione composta della base nell'altezza. Un grano di polvere acceso si dilata, come 4000: chiama dunque la carica in un cilindro di vetro, o di latta, ed infornato in mezzo ad un vaso di acqua G, la pressione alle pareti sarà eguale alla base moltiplicata per tutti i gradi, e per 4000. Così questo fluido pieno di elasticità porta in tutti i punti una forza uguale, eguale, e costante. Rimanete in O con leggero riparo l'acqua, ed ivi porta la palla, riceverà un urto, che tutta sapeva la densità acqua, e la investe, ed abbatte.

Ma non è questa la sola operazione da farsi nelle acque. Potrebbero ancora spinger fuori del Battello lunghe aste di legno con uncini, strettamente avviate ad una pelle, come si è detto già dei remi, e così prendere, e legare con funi i corpi sommersi, che si vedessero in fondo. Queste, ed altre operazioni sarebbero incomplete, se non si stabilisce una comunicazione facile, e regolare, tra i naviganti che sono nella Barca, e sull'acqua, e gli altri corpi a lei vicini, o lontani.

Finalmente, e quasi imposta una legge all'acqua, che

dundo passeggia ai corpi insieme fuori della Barca ges-
suali, o mossi, non trasporta oltre quel suo confine, se-
gnato e circoscritto dalle pareti; sarebbe peccato l'uomo
con le sue mani sbandando, e spiagando le valvole ac-
cider anch'esso, senza danno di quella che lascia dentro.
Ma quel prò per lui tenere questa via, quando gl'inter-
essi della pesca, le osservazioni, le corrispondenze, gli
accidenti della navigazione, l'utilità delle imprese, l'ob-
bligavano a sortire, ed entrare con i suoi sforzi, e con
le sue armi? Il suo bisogno dunque, ed il conseguimen-
to di tanti utili, e sì diversi oggetti, non meno, che
la maggior libertà del suo scettro, e la convenienza di
quell'impero, che Dio gli ha donato sopra del mare, ri-
chiedono io gli proponga un' altra strada più comoda,
più sicura, e più spaziosa. Costrutta a Porto, e nell'in-
sterno una lunga Caminata di legno, o Gaboto, si apre
la sua porta nel primo corridojo, e si chiude con una
pelle inchiodata sulle pareti Z, legata nel mezzo a pul-
sa di sacco. L'acqua di sotto entrando nella galera,
l'aria comprime, e l'obbliga a ritirarsi verso la porta
d'ingresso. Quando le forze sono egualitate, ogni mo-
vimento è sospeso. Si stende allora, e si ferma sulla ma-
schia dello spazio occupato dall'aria una nuova pelle, la-
guando l'altra estrema, come di sopra si è fatto. Il
Naufrante entrato dalla Barca nella galera, chiude la
prima pelle, e fermo sopra piccioli, e piani sostegni,
quasi guidini fissi a quest'effetto, spera, e scivola la
seconda, osserva il fondo, e con linee, o nasse, ed
uncini, prende ciò che gli piace, scenderà nell'acqua,
se gli si duopo, nuota, e si ritira a piacere. Quando
ha risulato di entrare nella Barca, deve prima chiedere
quella pelle, che tiene sotto i piedi, indi scioglierà l'al-

ma, che colla Barca comunica. Dà l'aria un passaggio libero a tutti diversi oggetti, ma con una linea quasi infinita, la sola acqua di là esclude, e respinge. Quanto è sensato in ogni altra cosa Vegetio nel suo libro *De re Affinari*, tanto eredo ridicola, e chimerica l'idea, che l'uomo potesse passeggiare il fondo dei fiumi, vestito di rame, o di caolo, con un tubo, quasi proboscide di Elefante, volto perpendicolarmente alla visione per una facile respirazione ritrovato, a cui si oppone la Meccanica, e la Chimica. Alcuni conoscano l'errore, posero l'uomo a sole nel boccia di profondità, duplicato, e esso conoscendo il tubo, lo regimano con un mantice. Infastidito da questo rimedio, tornò altri all'antico metodo, ed una spugna intappata d'olio fece scingere da denti del mantice.

Se dunque tutto è accomodato ai voleri, ed all'utile dell'uomo quando esso gira sott'acqua, rimane a spiegarsi quello, che riguarda la visione sotto la medesima.

Non può negarsi, che nel mare, e nell'acqua vi sia la luce. Pose perciò il Creatore sulla fronte di tutti i pesci gli occhi, quantunque loro abbia data una considerazione diversa da quella degli altri viventi, e propria di quell'elemento. Il Sig. Dott. Giovanni Battista Romani, Chirurgo in questa nostra antichissima Città d'Italia, che alla stessa patria della professione, unisce ancora i pregi della erudizione, e della storia, ne ha presentata una accurata anatomica descrizione. E' l'occhio del pesce privo di palpebre, di cui i viventi nell'aria sono forniti per regolare, e moderare la luce. La maggior quantità di umori bianchi dà loro l'iride anera. La pupilla ovale dell'avanti indietro, si rivela quattro volte più grande della umana; la cornea lucida me-

no compatte, ed in proporzione più grande di quella dell'uomo. Egli ha tre muscoli retti, ed uno troclear, e differenza del nostro occhio, che ne ha quattro retti, e due trocleari, ovvero obliqui. La lente cristallina finalmente è sferica, che in noi si trova piano convessa. A queste osservazioni anatomiche l'ortica aggiunge, che i raggi della luce passando dall'aria in un fluido più denso, sono rifratti, o si cambiano la direzione, e si avvicinano alla perpendicolare, effetto della composizione, e risoluzione delle forze. Il pesce per vedere il Sole, non si pone in quella retta, che parte dall'occhio umano. Se l'uomo, ed il pesce si guardassero, unitamente le visuali ad angolo sulla superficie del fluido. Ma quando il filosofo si trova nel fondo del mare, e dal mare riceve la luce, ed il mare osserva, i cannocchiali, le lenti, i specchi, i vetri piani agiscono con lo stesso effetto, e con la stessa direzione, come avviene nell'aria. La luce però non risale, quanto maggior volume d'acqua si oppone al Sole. I raggi da quelle particelle acque si ricevono, e si riflettono, e se molte sono le riflessioni della luce, dalla terra non vede l'uomo i corpi, che giacciono in gran fondo. Per la direzione dell'artiglieria vi saranno delle piccole lesioni con due cristalli. Prima di accordare il cannone si chiedono tutte le finestre coperte con una pelle, o cartone, stringendo un coperchio di legno con la vite, come si pratica nei cannocchiali, e per colpire nel segno non si distaccano le riflessioni della luce. I meteorologi poi ha bene, che con un cristallo piano difendano dall'acqua il bulbo dell'occhio.

Ecco dunque l'uomo in fondo al mare, ivi ha collocata già la sua abitazione, e vive libero con tutti

quelli comodi necessarij alla vita: Circondato però dall'acqua, dopo qualche giorno egli si sente nascere la sensazione di un'aria più chiara, e pargosa. Aria gridava il suo scolare, ora chiedono le sue provisioni. All'istesso modo, che le compense, e le riera spesso nell'acqua la ritrovano a salvezza de' pesci, così pare a vantaggio dell'uomo inchiuso dentro di un legno, nuotante nel capo suo del mare, sia expediente simile risovazione. Al certo il pesce ristretto in un carino guscio in acqua, e perchè ciò? perchè quello ha decomposti già l'aria, che ivi dentro si contiene, l'aria da lui carotta nell'acqua, se si agiti, e si raccoglie, non è respirabile da qualunque vivente. Pensarono alcuni di rinviare co' ventilatori l'aria carotta nelle navi, e negli spedali. Il celebre Sig. Morveau purificolla nelle galie collo spirito di variolo gettato sopra il sale comune rovente. Il Sig. Hallerj allorchè volle visitare per mezzo di una campana il fondo del mare, per dimorarvi più lungamente, vi portò co' barili l'aria comune. Ora però il Filosofo compone, e decompone a suo piacimento quegli elementi, che le antiche scuole riguardavano come il termine di tutte le loro ricerche, ed ha trovato il mezzo di procacciarsi quando vuole, e secondo il bisogno, un'aria pura, e respirabile. Amiso portato nel suo Baricello entro gl'abissi dell'Oceano, qualora gli si di nocività, chiama, e sono accorse la moderna Fisica a prodargliela nuova, sana, salubre, a suoi comodi, ed alla vita utile, e necessaria. Un quarto di gas ossigeno, tre di gas azoto, idrogeno, e molecola compongono l'aria atmosferica. La respirazione, e la combustione, che svolge l'ossigeno, passa a formare l'acido carbonico, e l'acqua. Nella natura la natura si

può unire, e disciogliere, ma non mai distaccarsi, e tutto fa espresso in quel verso di Ovidio: *De aethere nihil, in aethere nil perire reversi*. Osserva quattro parti di ossigeno, sedici d'idrogeno, e gas infiammabile compongono l'acqua. Quando Omero nel canto vigesimo primo della *Iliade* ci descrive l'impero di Vulcano, che manda in fiamme il fiume Xanto

. arrovantata, lagotta,

« Fuma, e spuma, e gorgoglia, e bolle, e scode

« L'onda in vapor già già si stempra, e fugge.

sembra che con questo mirabil tratto egli ci volesse dar un'idea della moderna Chimica. Nell'acqua a suoi di accenderci il fuso il fascio della sua fiamma, come ora ne sorrete l'idrogeno. All'ossigeno è sempre unito il calorico, e la luce. Il calorico mantiene, e porta i fluidi allo stato di gas. In tre modi si eccita il calore, o sia il passaggio di quel fluido da un corpo all'altro; con la compressione; con il fregamento; con il contatto di un corpo in combustione, da cui per attrito il calore si svolge. I fuochi, le fonti sono le ultime a gelarsi dopo le acque stagnanti; delle correnti visibilizzare si lasciano i vapori; dunque il moto nell'acqua eccita il calore. Le sorgenti, le cadute, i fiumi purificano l'aria, ed ecco perchè alle sponde si vedono sorgere tante popolose Città. Abborrono queste i venti poco veloci, o stagnanti, perchè si reputano allora le arie malsane, e noive. Fabricata quoniam min Paris, centro di tutta l'Italia, sulle rive del Volturno, per consiglio de' nostri maggiori una rupe fu diruta, ed il fiume precipitando da un'altezza di 184 palmi Romani, un'aria pura, ed un Iride sempre bella segna in Cielo, e quegli esidi si producono, che il nome già desidero delle Mar-

more. Una macchina fascicolare io dunque giro nella mia Buss, e l'acqua rischiuma, e battuta entro doppia tela di erino, che la ricoprono, non sorte, che attenuata, ed in vapore. Il gas nitrogene in quelle pareti non si distrugge, anzi essendo più leggero dell'ossigeno e questo si senza, e l'aria atmosferica si riproduce. Quell'acqua, che nasce dalla respirazione, o sia piccola combustione, quella parti, che non sono attestate dal corpo della macchina fascicolare, e dall'attico, ricadono sempre nel secondo corridajo, dove sortirono.

Eccomi giunto a quella sala, che forse con troppo ardiremento mi prefasi. Dimostravo voi sopra i vostri macelli, godendovi una perfetta calma; io ne presi il governo, e apersi le porte, che alla superficie di quella onda si chiudevano dallo spavento, estruttimi nelle acque, e tutti varcati quelli profondi abissi, anzi, e salii vi ricondussi a vedere il Cielo! I vostri cannoni riverberarono i loro lampi nel mezzo de' pozzi, e su questi scendete la forza dell'arroganza, che l'acqua seppa lei vantare ad altri vantaggio. Le tenebre, e la prigione non soffrite sott'acqua. Essi si lusingano dalla porta si stette immobile, e voi ne potete entrare, e sortire. Traslate la luce per le finestre; sostene il vostro fascicolo, e la vostra via, quando l'ossigeno vi abbondasse.

Mentre io ragionava dell'invenzione, voi calcolate valore i paesi per raccogliere i suoi frutti, le ridi, e da d'altra si andarono ricercando i miei sudori, nè ora posso dire a meno di non seguirvi da lungi, dimostrando, come preposi, i suoi veri vantaggi. Opere mirabili pose l'occhio nelle acque; opere mirabili vi edificò la successione de' secoli; opere mirabili si possono con l'in-

desiderio produrre. Questo è che sembra volente additarci la Genesi, quando la Sapienza Divina incominciata il lavoro dell'universo, si fuggire, come un ventucello piacevole sulla loro superficie. Due giorni Iddio volle impiegare intorno alle acque, e nel quarto tornò sulle acque medesime a crearvi i pesci, ed i animali cotenti: *Grandi Cos grandi*. Vediamo dunque con questa Bara le opere grandi del nostro Creatore poco nel mare, e nel cielo.

Fa sempre pericoloso il passaggio dell'Equatore nella navigazione del mare Indico per le grandi correnti, che sono fra l'isole Maldive, per i venti Meridionali, che infurano la notte, per i cocenti raggi del Sole, che l'acqua, e le provisioni impatidiscono nel quasi-*li*, e tutto contribuisce ad abbreviare la vita a quei miseri popoli della Guinea, come Indiano, che caldo e arido significa. Le piogge, e quello, che dicemmo loro *Intorno* incomincia in Aprile, e termina in Settembre. Allora la mia Bara potrà mostrarsi con più piacere nel fondo di que' laghi, fiumi, e mari incogniti, pericolosi, e molesti. Difesa dalla mole delle acque, che la circondano, e quasi densa onde la coprono, non risente punto il fastidio, ed i danni degli eccessivi calori. Si crede utilissimo il tragitto all'Indie per l'Oceano Settentrionale. Il desiderio di conoscere quelle vie spinse i viaggiatori tra i mari della Groenlandia, ma al 30^{mo} di latitudine morirono di freddo. Navigò il Cabotta per i mari dell'America, e giunto al 67^{mo} di latitudine, dalle molli enormi di ghiaccio fu respinto indietro. Sono questi geli però superficiali, e come molti vogliono, alle sole vicinanze della terra ferma, e dai fiumi, e dove le acque hanno meno superficie. Virouss allora i pe-

aci nel fondo, ed iei morano un clima temperatissimo? per questo mezzo essi una lunga vita, non risentendo in quel fondo i cambiamenti improvvisi delle stagioni. Si pretende, che alcuni Olandesi evitando i ghiacci avvicinati al polo, trovarono un mare placido, e tranquillo. Al polo dunque senza detrimento, e timore del freddo potrà giungere la mia Bona.

Che se questo Biscello riscondendosi nelle acque, trova al Polo il caldo, e all'Equatore il freddo, aguen vede, che sono rimasti i maggiori ostacoli alla sua ricerca, e potrà sentir pericolo portarlo in que' mari incogniti per la tempesta specialmente della pelle, e del corallo. Entrato nel fondo del mare scogli, e corvane, dove i polipi fanno il corallo, rimanendo questo sempre capovolto, e con i ramuscelli suoi ad un ceppo, fanno superiormente alla' piana. Questa osservazione costringe i pescatori ad invigilare del caniffo rosso inteso ad un legno, che girandosi a fondo costringe d'invilupparvi il corallo, e tirarlo fuori a viva forza. Non si vede il luogo dove si produce, non se ne conosce la qualità, molto se ne perde nell'estrarlo, e così spesso inutilmente s'impiega il tempo, la spesa, e l'industria, ed ecco i pescatori costretti a gettarvi il tutto per rinvenirlo, e raccoglierlo, quando è rotto, è calato a fondo, come appunto fanno ne' nostri vicini mari della Sardegna, e della Barberia. Questi naturieri detti Polombani, o Managani, estraggono pure dal fondo del mare le perle racchiuse entro le ostriche, ed unchè agli scogli. Corrono velocemente, e tutto calchano in due minuti, ch'è quel breve spazio di tempo, in cui il lungo esercizio ha permesso loro di poterla sospendere la respirazione. Per fare più sollecita la discesa si gra-

mas nell'acqua legati a grossi pesi, ed obbligati dalla necessità di respirare, debbono loro malgrado lasciare nel fondo maschi di ostriche, che non risan loro di racchiudere nel grembiale. Uno stato così violento, non permette di entrare nell'acqua più di sette volte il giorno, gli uni sempre succedono agli altri, e si sa che a- na tale pesca quando il Sole già comincia a declinare si sospende, e finisce. Così si perde il tempo, si moltiplicano le spese, ed i pericoli: pericoli nel cadere sopra scogli; pericoli nella respirazione che manca, e ne' deliquj, che succedono; pericoli negli incontri de' ci- burghi, e pesci antropofaghi, che gli uomini intieri di- vorano, come costu da tutti tempi, che se ne vidano spaventissimi. A sì caro prezzo dunque funziona l'uomo la sua ambizione, e v'è in cerca di ornamenti, che il valore eguagliano dei pericoli? Chi crede l'anima gialla ne diventa inferno nel fondo: Chi l'anima grigia, un sfigmento della Balena. La sola risposta son quelle, che girano sulle rive questi prodotti ai Mercatanti. La mia Barca percorre il fondo del mare, e vede il corallo, vede le ostriche, l'anima, e con una lena faora so- spira, tutto può raccogliere, e riporre in un cauro, o in una rete, che porci a tal sopra. Così ritira le merli, che spesso l'urto ne' scogli, la rompono, i banchi di arena, le correnti involano anche agli esperti piloti, e la rovina producono de' commessurati. Così alla luce ri- torna tutto ciò, che da più secoli tempi giace sepolto ne' mari, ne' laghi, ne' grandi fiumi.

Da questi preziosi oggetti io passo alla pesca. Voi già conoscete qual sfigmento hanno, miabre si pre- sentano i pesci, sono essi la rendita di molte famiglie, la ricchezza dei Sott, la felicità dei popoli. Per se al-

tano remote, e finora impervie parti questa numerosa
 massa di viventi vanno vagando libera da quell'incubo
 che Dio diede all'uomo sopra tutti quanti sono. I pe-
 sci: *Omnis piscis maris marum vestre tradit' iure* (Gen.
 p. 3). - Or girando questi armati dentro le acque, tut-
 to vede in quel faldò, si scontra co' pesci, gl' inseguì-
 sco, gli spinge, dove esso vuole, gli aspetta agli agan-
 ti, gli trova ne' nascondigli, gli affrena con ardore, e
 fa loro tanta provare la potenza del suo dardaleo. Affin-
 chè le pesche siano più abbondanti, e sicure, e quell'
 infinito numero di viventi si raduni, e si raccolga, ac-
 cenderà egli un grosso fucile, e con cristalli riflessi ri-
 verberando la luce si fermerà nel fondo del mare: con
 altra Barea da lungi fissa strepito la giro, e con il
 cannone, o con percosse, manderà in fuga quel pau-
 rissimo gregge, che insieme alla luce si affolla, e ne
 rimane sballabagliato. Allor dall'alto gettate le reti si
 ottiene una pesca più sollecita, più abbondante, e sicu-
 ra. Non rimanendo qui i vantaggi, che l'uomo con tal
 mezzo può ritrarre da certe determinate pesche, quali
 sono quelle delle Aialghe, e de' Torni, e quelle della Por-
 pore, de' Baccini, e de' Murici, conchiglie, onde si co-
 re quel famettagliato colore, di cui si ingraziava una
 volta i manti degl'Imperatorii, e del Re; e quelle final-
 mente delle spugne, e delle conchiglie, che sono par di
 tanto uso appresso gli uomini.

Un altro spettacolo ora mi chiama, che certamente
 tutta merita la nostra attenzione. Parlo delle tante
 opere mirabili, ch'estendo sparse per tutto il vasto
 Oceano, la profondità delle acque ce ne contende la
 vista; opere, di cui la Scorta Naturale da gran tempo
 sceglie arricchimento.

Fuggiva il profeta Giona su di una Nave verso Tiro, quando sollevossi una fiera tempesta, che minacciava imminente naufragio. Conosciuta la sua coltà, chiese di essere gettato in mare. Iddio, che lo aveva destinato alla salvezza del Niniviti, lo fece inghiottire da uno smisurato pesce, che trascorrendo volentieri in tre giorni, e tre notti tutto il Mediterraneo, lo vomitò finalmente alle spiagge dell'Assiria. Si stava chiuso il santo Profeta nel ventre di quel mostro marino, quasi in un bottello, e revivente la sua fede, un cantico vi compone, e si odì la prima volta per quella via profonda la voce dell'uomo, ch'evoca la gloria del Signore. Ivi egli descrive le correnti, che trovò nel fondo, il moto vertiginoso delle acque, l'estensione di quel abisso, l'altezza dei monti, che lo ricoprono, e lo adomano, da lui già trascorsi, gli scogli per i quali era passato *ad extrema manuum decendo, curae vestra cavilabuntur me* (2. 7.). Il Signore Iddio, che rapì l'Apostolo al terzo Cielo, e tutta iscrìbè l'anima di questo vaso di elezione delle sue delicta, non gli volle nascondere le opere mirabili, che sono nel fondo del mare, e per questo lui lo conservò prodigiosamente un giorno, ed una notte nelle, *et die in profundo maris fui* (1. Cor. 15. 55). Insegnò l'Arcangelo Raffaele al piccolo Tobia il mezzo facile per prendere sul Tigri un gran pesce, e come poi pesci, e sotto delle acque vi sono dinanzi alla nostra salute. E' il mare una vasta regione popolata d'animali, d'una gran parte dei quali s'ignora la dote, il genio, l'indole, le qualità, la figura. Qui, come le api i loro alveari, così vi formano i pelagi le coralline, e 55 specie finora se ne numerano. Qui in mezzo di questo elemento si vedono

palliate dalle acque delle erbe, come le vide il Colombo, che ne rimase sorpreso. Qui si ammirano a notte alta impensati splendori, ch'escano fuori dalla oscurità a rischiarar le tenebre, come intorno all'Isola Maldive la ammirò il Capitano Manuvillero. Altri vi convide in fondo de' vegetabili; altri dal riflesso delle innumerate metalliche sopra bellissime piante marine conchiate, che vi esistono delle misere. Altri pretendono, che vi si producano anche i marmi. Alcuni poi dalle ombre, e dalle pozioni, che vedono sovente galleggiare, ha congetturato esservi de' bitumi. Nissuno fin qui ha potuto spiegare, donde abbiano origine le arene colorite, che empiono da alcuni fondi, e che han dato il nome a varj golfi. Tutte queste son parti, che mancano alla Scorta Naturale. Entrando ora il filosofo in que' profondi gorghi, tenersi sulla terra con nuove cognizioni, e perfezionerà questa parte di fisica, dove è mancante; oscura, e spesso ipotetica, e favolosa. Inoltre sono le correnti nel mare quelle, che arrestano il piloto, o tutta gli fanno verso la sua direzione; variano a diverse alture, nè l'origine se ne conosce, nè i crisi effetti può prevedere, o rimediare un nocchiero ingenuo. La mia Bara, che tutto rivela di vicino, rifarà, se ciò deriva dagli aguzzi venti delle montagne marine, dai bacchi di arena, dai venti, e dall'attrazione, di cui pur troppo si abusa, e che spesso serve a spiegare fronzolosi contraddittori. La cognizione nuova delle correnti, oltre il gran lume, che spurge sulla marina, giova a dare alla mia Bara quella velocità, che le imprimerebbero i venti, ed anzi può risvegliar l'incerto a divenir sicuro, come anche saprà abbandonarlo se alla sua direzione fossero contrarie.

Ma è tempo che vi spieghi quanto questa giovi alla spedite rimonta de' fiumi. Bagnato quindi, ed insieme adornato popolare Città, e tutte legano la Provincia di uno Stato. La facile rimonta delle Barche sempre impediscono, e così la sollecitudine, e speditezza del commercio tanto vieppiù si ritarda, quanto è grande la velocità di quelli, perchè la retrocessione si rende allora anzi più difficile, benchè non tal difficoltà non sarebbe insormontabile. Una mia invenzione semplicissima è riuscita di sommo vantaggio senza usare le chivve, ed altri mezzi dispendiosi, e lunghi ch' esistevano nell'Idemica. Ma questo non è il luogo per insegnare il modo di rendere navigabile, e placido qualunque canale velocissimo. Se per la rimonta dei fiumi si ripariano con venci favorabili, tutti legati a Cavalli, o Buffi, potrà il mio Battello con la sua forza, e con il suo meccanismo ritornare al luogo d'onde partì: e ponendo in tal modo commodamente osservare il fondo de' fiumi, e tutte le meraviglie, che ivi la natura ha prodotta, e gli oggetti più preziosi esterne, che o la violenza, o la barbarie degli uomini vi avrà dispersi; viene ad acquistare un maggior diritto alla benevolenza della nostra Società, e così ad una parte essentialissima avrà corrisposto, come già mi perfino sin dal principio.

La velocità delle acque nel fondo de' fiumi è minore di quella, che si scorge a qualche distanza, come la medesima nella superficie, dal centro va scapote decrescendo sino alle sponde. Calato a fondo con la mia Barca, lo procuro di rompere con un vortice quella corrente, che le contrasta. Apro a quest'effetto la chivva del condotto risorto, che di un palmo circa si accende oltre la poppa; uccidendo nell'istesso tempo la pro-

alios dell'acqua, ed esse a Poera una corrente uguale, o maggiore di quella del fiume. Posto in questo caso il naviglio, un migliore effetto risente della remigazione. Per meglio poi esaminare la velocità de' fiumi, e senza possederne la scuola turca oscura, sembra poter si alla ventola inventata dal Ximenes, e da altri, sostituire con più vantaggio il mio Battello. Nel momento che scende a basso si apre un foro, e si calcoli in suoi i punti la pressione, e la velocità delle acque, da cui si deduce quella de' fiumi. Si spiegheranno allora i fenomeni, che questi presentano, quando corrono salienti, o risalti, o diramati, perchè se si duplicano, o diminuiscono le acque, non si duplica, o diminuisce la loro azione.

Basta finalmente a conoscere i vantaggi, che da questa invenzione deriva l'Astronomia. Disputava Giobbe con i suoi tra amici intorno alle opere grandi della potenza, e sapienza di Dio; quando tra il fragore di scosso turbine uscì fuori la voce dell'Onnipotente, che così si fece ad interrogarlo: Sei tu entrato nel sen profondo del mare, o per que' capi, e nuovi statieri ti sei aggirato? hai tu considerata attento l'ampiezza della terra? Queste alcune parole, se mai non mi appongo, sian conosciute, che se Giobbe avesse penetrato, e trascorso la profonda via del mare, avrebbe pure ravvisata facilmente la latitudine della terra. Ma nè desso, nè alcun altro aveva a quel di camminato sotto delle acque, e se il Popolo Ebreo attraversò il Mare Rosso, inseguito da' suoi nemici, tra la fretta della sua fuga non potè vagare a suo piacimento fuori di quel sentiero, che l'Onnipotente gli aveva segnato in mezzo alle acque, e internarsi dove lo avverso chiamato lo costringeva.

Ma come si potrà sapere la vera ed esatta latitudine e longitudine della terra cominciando sotto del mare? La misura della terra si raccoglie, quando si ha cognizione della sua figura; e la sua figura, io dico, che non si potrà meglio riconoscere, che colla nuova proposta navigazione. Si desiderò la voi meravigliis e sceler, che nel mentre mi sprofondo negli abissi delle acque, e nascondendoci al Cielo, mi tolgo il piacere di contemplarlo col'anni meravigliati, per ciò non essente nella mia Barca senza l'Astronomia si pone a spiegare con ogni chiarezza le orbite dei Pianeti, i Meridiani, la figura della terra, le stagioni, e tutti i fenomeni, che spesso confondono le sue voci. Ma cessarono i vostri sospiri, se potrete meno a quanto sono per dirvi. Ha il mare, come ha già dimostrato, aperto tutte le sue vie al mio Battello, e da esso già superati tutti gl'ostacoli, che potevano impedirgli il cammino libero; trascorre a suo piacimento in qualunque parte, in qualunque regione, in qualunque clima. Ora se un'Osservatore con questo mezzo giungesse al Polo, ivi subito conoscere, quale sia la gravità dei corpi, quale il prolungamento del pendolo, quale il suo asse. Rarvise, se da questo la Stella Polare è lontana, come credono, due gradi, e se il flusso del mare è ivi sempre costante per effetto della moderna Teoria. Passando all'Equatore, determinerò il raggio della terra; torna a rivedere lo asse del Polo, da cui son varj gradi da me già esposti nella prova, e secondo parte giungerà a conoscere l'asse minore, le orbite dei Pianeti, la figura della terra. Questo desiderò da ravviare la Francia, e valente qual era per ricchezze e per uomini letterati, spedì de la Condamine all'Equatore, e Maserucci a Tordeu in Svezia,

e misurato un grado terrestre, si vide misurar l'Equatore, maggiore in Francia, misurato vicino al Polo. Così stabiliva felicemente la figura del nostro Pianeta, alla Teoria corrispondeva con esattezza la pratica. Fu misurato un grado in Italia, e si trovò minore di quello dell'Equatore. Stigontie le scudie, consultarono con impegno l'affare, e fu ordinato non esser altro rimedio per esser salvo un tal male, che ricorrere alla solita paura dell'attrazione. Misero la scena montagna, le quali attirarono i pendoli, come se all'Equatore, e al Polo non esistessero che pianure. E' un' oggetto necessarissimo nell'Astronomia, nella Geografia, e nella Navigazione ritrovare le longitudini, ed i Meridiani. Si disputò vivamente, quale dovesse essere il primo Meridiano, da cui denotare le longitudini, e per terminare la questione Luigi XIII con un decreto prescrisse alla Francia quello, che passa nella estremità dell'Isola del ferro, la più occidentale delle Canarie. Secondo tutti i Meridiani si misurano al Polo, così un Osservatore qui li determina, se gli riesce di prenderli con i piedi, e con le stelle che sono in Cielo. Allora si conoscerà se la calamita si rivolge al Polo per un effetto del calore, o pure dell'attrazione. Alcuni Filosofi, che di cose parlano, e niente meditano, collocarono al Polo montagne di ferro, e con quest'arte arbitraria della loro immaginazione credettero di coglierli da ogni impaccio, applicando l'attrazione, come certi Medici ignoranti usano la rima in quei mali, che non conoscono. Un tubo di ferro rovente posto avanti la calamita esaltata nella bussola, sarà sempre più caldo a Monteglorio, che a Tremontana; dunque il calore dovendosi mettere in equilibrio, produce sempre una corrente da

Marzogiorno a Trionfana, la quale seconda, e siegue la calamita, perchè l'ago calamitato non riceve nelle sue estremità lo stesso calore. Ma dove trascurò? Già conoscevano i filosofi questo di forza perde l'Anguilla, detta torpedine della Calesse, quando si avvicina alla calamita; dunque anche sotto dell'acqua agisce, e questa sarà la scorta, e la regola del nocchiere, che naviga riscoperto dal mare.

Questi sono i viaggi dell'invenzione; molti ne aggiungerà la successione dei secoli, e l'ingegno, allora tutto può sarebbe forse inutile, ed ipocritico, se chiaro non apparisse quello, che forma la base solida delle scoperte da me già esibite nel primo, quando dissi, che sarà abile qualunque arte a contraria; e ved già lo avete veduto nella semplicità del meccanismo; qualunque filosofo, aggiunti ancora, può regolare la navigazione, ed eccomi alla prova.

Ecc il cochino di Nettuno circo da Balneo, e Vigilia Marinai, qualche tal pesci alla faccia scettar al pensiero. Se il mio Batello non riceve ajuto dal vento, camminerà a seconda delle correnti ch'insorgono a divergere altrove, e quando quella gli sono contrario, facilmente lo scarta, potendo a trovarne delle favorevoli al suo corso, e spesso senza divergere dalla sua vortice. Spiega in oggi il pilota le sue vele, ed ecco da marce, e da contracci è impedito, o da venti contrari respinto, o dal furor delle tempeste abbattuto, o finalmente per la somma difficoltà di calcolare le longitudini, e la distanza, in mezzo al suo corso si trova smarrito, e quindi ogni cambiamento di aria, di fuori, di posizione lo riempie d'inquietudine, di timore, e di affanno. Solo il mio naviglio dimora placidamente, come i grandi pesci

nelle regioni più basse delle acque, quando Borea imporrà, e scuovole la superficie; nota quivi i promontori, e le valli che vi sono, e le stabilisce come muri e scogli, e regole de' suoi viaggi. Anzi molto meglio che non si fece quando fu scandagliato il Mediterraneo, e trovata la massima profondità all'isola di Malta può chiamarsi, e circoscrivere le parti, e formarsi ancora una tavola topografica, dove si descrivano i monti, le valli, i scogli, i seni, le varie correnti, le sabbie diverse, ed altre cose rimarcabili, aggiungendo ad esse de' suoi vocaboli, come già l'antica gli affine alle costellazioni del Firmamento. Con tal mezzo trovandosi una storia in alto mare, senza ricorrere alla longitudine, o alla latitudine, o ad altre convenzioni, munito e fornito il Batello potrà quivi riferire la sua posizione, e quanti il suo andar.

Vengo all'altra parte, che riguarda l'economia della costruzione, e qui credo di non dover fare molto poco per dimostrarvelo. Basta gettare un'occhiata al meccanismo, che non può esser più semplice. Basta osservare, che a differenza delle altre Barche il mio Batello galleggia, come già l'Arca di Noè, senza cordaggi, senza alberi, senza vele, senza gomene, e senza ancori, per concludere che la sua spina debb'essere molto minore, che non è quella degli altri legni, che in oggi si usano in mare. Qualora poi si voglia esser di quella specie per correre la superficie delle acque, è necessario, come ognun vede, aggiugnargli l'albero maestro; ma se d'uopo, che questo sia diviso da cima a fondo, ed unito con cerchi di ferro, affarà quando si vuole entrare in acqua calati a busto i cerchi si apre l'albero, e l'una parte cade a destra, l'altra a sinistra

sul cammìo, onde non gli sia d'impedimento nel cammino, che verrà fine. Allora qui non aggiunga; ed il poco, che ne dissi, sembra sufficiente all'assurimento della materia; onde sarà fine, e bastanti d'avere appagato l'ardentissimo desiderio, che giorno, e notte io nutria, di potere giovarvi altri con le mie facche. Non so qual mio esse avranno! Se per mio difetto non sortissero il bramato intento, voi giudicavate di quella, come un giorno scriveva Sallustio: *Quæ hæmèr erat, autagere adificæ virtutis omnia parat, e certo la virtù è prezzo a se stessa: Ipsa sibi virtutis merces præstare,*

Orat.); ed è pozzo sì grande, che al suo confronto vegono meno tutte le dovute macchine, quante mai sono. Con quella sincerità dunque, con cui vi ho tante domandato le mie laghe meditative, con quella medesima industria potete tutto perfezionare, e tutto possino. Allora le meraviglie del Cielo contemplando, le vie del mare indagando con tutto quello, che in suo vi contiene, conoscerete, quanto *Air Creux* aviate speso per eu (Sup. 13), e l'anima vostra penetrata da tali bollette, se ne formerà il suo parolo, e la sua occupazione, che sola è degna d'un Cristiano filosofo.

F I N E.

327061



